ÁREA DE SABERES Y CONOCIMIENTOS

Ciencias Naturales

Física

CUARTO AÑO DE ESCOLARIDAD

EDUCACIÓN SECUNDARIA COMUNITARIA PRODUCTIVA

4TO AÑO DE ESCOLARIDAD

"2025 BICE TENARIO DE BOLIVIA"

© De la presente edición

Texto de aprendizaje. 4to año de escolaridad. Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Subsistema de Educación Regular.

Texto oficial 2025

Omar Veliz Ramos
Ministro de Educación

Manuel Eudal Tejerina del CastillO
Viceministro de Educación Regular

Delia Yucra Rodas
Directora General de Educación Secundaria

DIRECCIÓN EDITORIAL
Delia Yucra Rodas
Directora General de Educación Secundaria
Waldo Luis Marca Barrientos
Coordinador del Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

COORDINACIÓN GENERAL
Equipo Técnico de la Dirección General de Educación Secundaria
Equipo Técnico del Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

REDACTORES
Equipo de maestras y maestros de Educación Secundaria

REVISIÓN TÉCNICA
Unidad de Educación Género Generacional
Unidad de Políticas de Intraculturalidad, Interculturalidad y Plurilingüismo
Escuelas Superiores de Formación de Maestras y Maestros
Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

ILUSTRACIÓN:
Josue Israel Pacheco Conde

DIAGRAMACIÓN:
Vanessa Jacqueline Pereyra Marquez

Depósito legal:
4-1-578-2024 P.O.

Cómo citar este documento:
Ministerio de Educación (2025). Texto de aprendizaje. 4to año de escolaridad. Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Subsistema de Educación Regular. La Paz, Bolivia.

Av. Arce, Nro. 2147 www.minedu.gob.bo

LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA

ÍNDICE

Presentación..... 5

FÍSICA..... 275
Primer trimestre
El movimiento como principio fundamental del Universo y el cosmos……276
El movimiento rectilíneo uniforme (MRU)……280
El movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)……290
Segundo trimestre
Movimiento vertical como fenómeno gravitacional……302
Movimiento parabólico……312
Tercer trimestre
Movimiento circular uniforme……324
Movimiento circular uniformemente variado……334

PRESENTACIÓN

Uno de los derechos fundamentales de las niñas, niños y adolescentes, en el Estado Plurinacional de Bolivia, es el derecho a la educación, el cual se garantiza con el acceso a los recursos educativos que coadyuven con el proceso de adquisición de conocimientos.

El Ministerio de Educación, asegurando la calidad educativa, al iniciar la gestión 2025, pretende brindar un recurso educativo que apoye el desarrollo curricular, a través de la entrega gratuita de los "*Textos de aprendizaje 2025*", para el nivel de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

Durante varios meses, maestras y maestros de todas las regiones de Bolivia, desde sus experiencias y vivencias educativas, han aportado con la construcción de estos textos, plasmando en sus letras la diversidad de Bolivia y la investigación científica en las diferentes áreas de saberes y conocimientos.

Los "*Textos de aprendizaje 2025*" tienen la misión de fortalecer los conocimientos de nuestros estudiantes, presentando contenidos actualizados y con bases científicas, planteando actividades que desarrollen su pensamiento crítico reflexivo, reforzando sus aprendizajes.

Por lo expuesto anteriormente, teniendo como objetivo trabajar conjuntamente con los actores educativos hacia una educación humanística, técnica, tecnológica productiva, dentro de un desarrollo integral de nuestros estudiantes; el Ministerio de Educación proporciona este accesible instrumento educativo, esperando que despierte en las niñas, niños y jóvenes la sed de conocimientos y los motive a conocer el mundo a través de la ciencia y la investigación.

Omar Veliz Ramos
Ministro de Educación

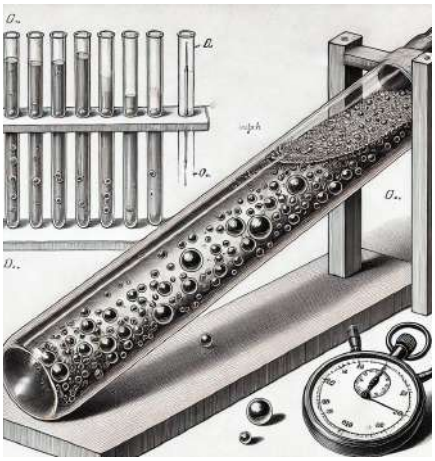
EL MOVIMIENTO COMO PRINCIPIO FUNDAMENTAL DEL UNIVERSO Y EL COSMOS

PRÁCTICA

Con el tubo de Sándor Mikola demostraremos el fenómeno del movimiento.

Materiales:

- Tubo transparente de 20 cm y $\frac{1}{2}$ cm de diámetro
- Agua o Aceite
- Cinta métrica
- Pegamento
- Cronometro o reloj



Fuente:Leonardo.AI, (2024)

Procedimiento:

Llenar el tubo transparente con agua o aceite, esperar que se forme una burbuja de aire dentro del mismo, posteriormente taparlo en ambos extremos para asegurarse que no se salga el agua o el aceite y armar con el tubo el sistema de la imagen.

Una vez armado el sistema, procedemos a mover la burbuja desde un extremo al otro, inclinándolo con un cierto ángulo y observamos lo que sucede durante el cambio de posición. Con un cronometro medir el tiempo que tarda una burbuja en recorrer el tubo de extremo a extremo.

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿El espacio de aire (la burbuja) cambió de posición? ¿Cómo podríamos definirlo?
- ¿Qué tipo de trayectoria describió la burbuja por todo el trayecto?
- ¿Cuál fue la distancia recorrida de la burbuja?
- ¿La velocidad que tuvo la burbuja durante su movimiento, fue constante o variable?

TEORÍA

Aristóteles fue un filósofo y científico griego nacido en el siglo VI a.C. que realizo grandes contribuciones a las ciencias naturales. En el área de física, su enfoque sistemático para estudiar la naturaleza y el movimiento fue un avance significativo en su tiempo. Su trabajo proporcionó una base importante para el desarrollo de la física y la ciencia en general, las teorías que desarrolló Aristóteles dominaron el pensamiento científico durante más de mil años.

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

1. Definición

La mecánica es una las ciencias físicas más antiguas, es el estudio del movimiento de los objetos. La descripción del movimiento es la parte de la mecánica denominada cinemática.

La cinemática se enfoca de estudiar el movimiento de los objetos sin considerar las fuerzas que lo originan o interaccionan con él. Este estudio únicamente se limita al estudio de la trayectoria en función del tiempo, donde se utiliza las cantidades físicas de velocidad y aceleración, que describen como cambia un cuerpo su posición con respecto en el tiempo.

La descripción del movimiento de un objeto o cuerpo se puede realizar de dos métodos: utilizando ecuaciones matemáticas y utilizando una representación con gráficos. El método de ecuaciones matemáticas generalmente es mejor para resolver algunos problemas, porque nos permite tener una mayor precisión en el método gráfico. El método grafico es útil porque a menudo provee una mejor conciencia física que las ecuaciones matemáticas.

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$v = v_0 + at$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

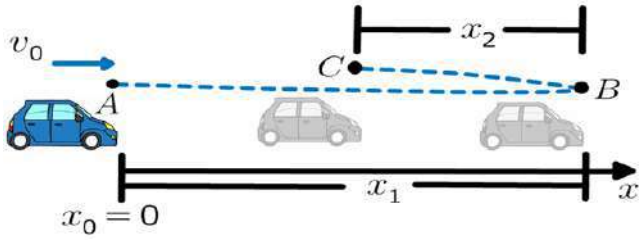
$$y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Método de ecuaciones matemáticas

Método de representación con gráficos

2. Movimiento

El movimiento de un cuerpo es cuando el objeto realiza un cambio de posición en un tiempo determinado con respecto a un sistema de referencia. Por lo tanto, el movimiento es la interacción de fuerzas y se describe utilizando magnitudes como el desplazamiento, aceleración y velocidad.



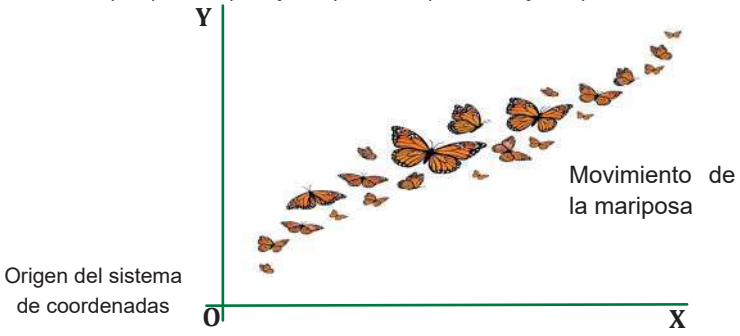
3. Elementos del movimiento

Cuando un cuerpo está en movimiento, se deben considerar los siguientes elementos que influyen en el cambio de posición del objeto.

a) Posición, es la ubicación de un objeto que se encuentra en un espacio definido, generalmente expresada en un sistema de coordenadas.

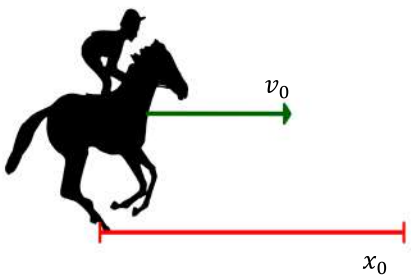
b) Sistema de referencia, corresponde a un sistema o lugar en el espacio donde se describe la posición como el movimiento de un cuerpo mediante un sistema de referencia.

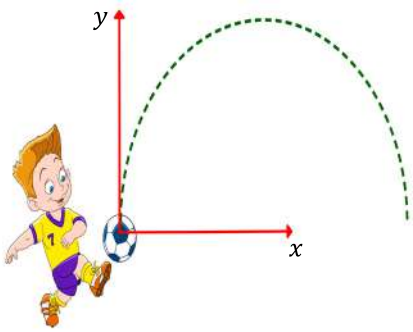
- Punto de referencia u observador, punto a partir del cual se consideran las distancias.
- Sistema de eje de coordenadas cartesiano es un sistema de referencia utilizado para describir la posición de puntos en un espacio de una (“X”), dos (“X” y “Y”) o tres (“X”, ”Y” y ”Z”) dimensiones.



c) Trayectoria, es el camino que sigue un cuerpo en movimiento a través del espacio con respecto al tiempo. Se puede considerar como una línea continua que conecta todas las posiciones ocupadas por el cuerpo a lo largo del movimiento que realiza.

Trayectoria rectilinea	Trayectoria curvilinea





Dato curioso

Un fenómeno fascinante relacionado con los tipos de movimiento es el “efecto Coriolis”. Este es un fenómeno físico que ocurre cuando un objeto se mueve en un sistema de referencia en rotación, como la Tierra. Aunque puede parecer complicado, es posible entenderlo de manera sencilla. Imagina que estás en un carrusel girando rápidamente. Si lanzas una pelota hacia el centro del carrusel, desde tu punto de vista, la pelota seguirá una trayectoria recta. Sin embargo, desde el punto de vista de alguien fuera del carrusel, la pelota describirá una curva debido al movimiento giratorio del carrusel. Esto se debe al efecto Coriolis.

Este fenómeno es una consecuencia de la conservación del momento angular en un sistema en rotación. Cuando un objeto se mueve dentro de un sistema de referencia en rotación, experimenta una fuerza ficticia llamada fuerza de Coriolis, que actúa perpendicularmente a su velocidad. Esta fuerza provoca que la trayectoria del objeto se desvíe, pareciendo que sigue una curva. El efecto Coriolis influye en la dirección de los vientos y las corrientes oceánicas. En el hemisferio norte, los objetos en movimiento se desvían hacia la derecha, mientras que en el hemisferio sur se desvían hacia la izquierda.

Fuente:https://www.ecologiaverde.com/efecto-coriolis-que-es-en-que-consiste-y-ejemplos-4463.html.

Dato curioso

Tipos de movimientos que podemos observar en nuestra vida cotidiana:

a) *Cuando un árbol de naranja deja caer sus frutos al suelo, estos realizan un movimiento rectilíneo vertical.*

b) *El CD de una película en un reproductor de películas realiza un movimiento circular.*

c) *Los taxis que prestan servicios de transporte realizan movimientos rectilíneos en tramos de distancia.*

d) *La trayectoria de la pelota en un tiro libre realiza un movimiento parabólico.*

Fuente:Fuente:https://rpp.pe/futbol/futbol-mundial/copa-america-jhasmani-campos-marco-un-golazo-ante-chile-noticia-970255

d) Desplazamiento y distancia, el desplazamiento es el cambio de posición de un objeto desde un punto de inicio hasta un punto final, y se considera como una magnitud vectorial, el cual tiene dirección y magnitud. La distancia es la longitud total recorrida por un objeto, sin considerar la dirección. A diferencia del desplazamiento la distancia es una magnitud escalar.

e) Velocidad, es el índice de cambio del desplazamiento respecto al tiempo. De la misma manera que el desplazamiento, la velocidad es una magnitud vectorial.

- **Velocidad media**, es el desplazamiento total dividido por el tiempo total.
- **Velocidad instantánea**, es la velocidad en un instante especifico de tiempo.

f) Aceleración, es el cambio de la velocidad con respecto al tiempo.

- **Aceleración media**, es el cambio de la velocidad dividido por el tiempo total.
- **Aceleración instantánea**, es la aceleración en un instante específico.

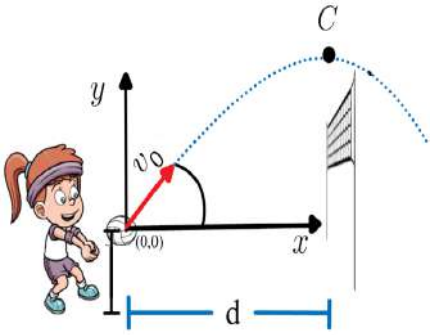
4. Clasificación del movimiento

El estudio del movimiento de los cuerpos está clasificado en distintos tipos.

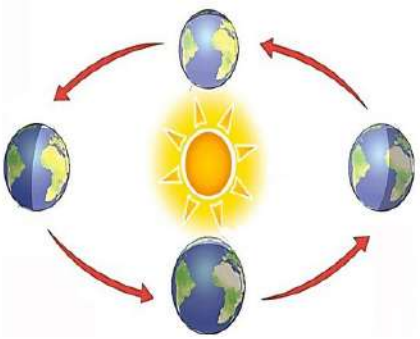
4.1. Según su trayectoria.

a) Movimiento rectilíneo, es el movimiento que ocurre a lo largo de una trayectoria en línea recta, como cuando un auto se desplaza por una avenida.

b) Movimiento circular, es el movimiento en un camino circular, como el de un objeto girando alrededor de un punto fijo.



c) Movimiento parabólico, es el movimiento que forma una parábola, como el de un balón de voleibol.



d) Movimiento elíptico, es el movimiento que forma una elipse, como la trayectoria de la tierra alrededor del sol.

4.2. Según su velocidad

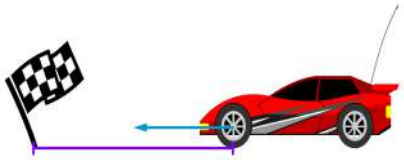
a) **Movimiento uniforme,** es un tipo de movimiento en el que un cuerpo se desplaza con velocidad constante, el objeto en movimiento recorre distancias iguales en intervalos de tiempo iguales. No cambia ni su rapidez ni su dirección de movimiento a lo largo del tiempo.

b) **Movimiento variado,** es el movimiento en el cual la velocidad de un cuerpo varia con respecto al tiempo. La rapidez puede cambiar su dirección y/o su magnitud. Este tipo de movimiento se caracteriza por que hace que un cuerpo experimente una aceleración.

Movimiento uniforme **Movimiento variado**

Métodos para identificar y analizar el movimiento

a) Utilizando gráficas y dibujos de la posición-tiempo y velocidad-tiempo para identificar las características.



b) Utilizando las ecuaciones de movimiento que corresponda al ejercicios.

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

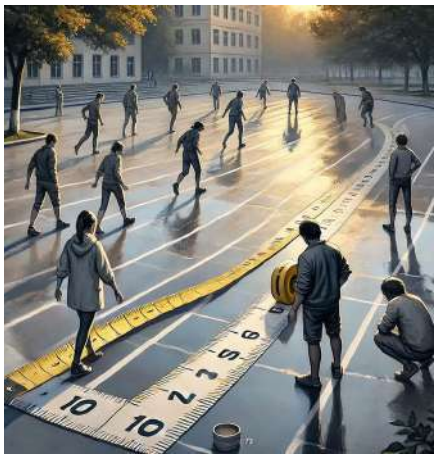
$$v = v_0 + at$$

VALORACIÓN

Conociendo los elementos del movimiento

Estamos en constante movimiento, desplazándonos de un lugar a otro. Para reflexionar y valorar este hecho, realizamos la siguiente experiencia:

Dentro de un área de 10 m², establecemos dos puntos: uno de inicio y otro de llegada. Nos movemos entre estos puntos utilizando diferentes trayectorias hasta alcanzar el punto de llegada.
Luego, con la ayuda de un flexómetro o cinta métrica, medimos la distancia recorrida a lo largo de la trayectoria seguida. Posteriormente, medimos en línea recta el desplazamiento desde el punto de inicio hasta el punto final.



Fuente:Leonardo.AI, (2024)

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Por qué es importante reconocer y entender las magnitudes escalares y comunes que usamos en nuestra vida diaria?
- ¿Valoramos la importancia de reconocer los elementos del movimiento en nuestro diario vivir?
- ¿Qué diferencia hay entre la distancia recorrida y el desplazamiento?

PRODUCCIÓN

Momento de experimentación

Con el uso del tubo de Sándor Mikola, analisaremos cuantitativamente el movimiento de un objeto, donde evaluaremos su trayectoria, distancia recorrida, velocidad, posición y desplazamiento, este experimento nos permitirá también distinguir claramente entre las magnitudes escalares y vectoriales involucradas.

- Fijamos el tubo de Sándor Mikola al soporte, comenzando con el tubo en una posición completamente horizontal.
- Inclinemos el tubo en incrementos de 20 grados, utilizando un transportador, hasta alcanzar una inclinación de 80 grados.
- Para cada inclinación, observemos el movimiento de la burbuja. Se medirá el tiempo que tarda en recorrer distancias de 20 cm, 35 cm, 50 cm y hasta 80 cm. Este proceso se repetirá tres veces para cada distancia, y se calculará el tiempo promedio.

De esta manera, podemos comparar las características del movimiento y analizamos las diferencias entre las magnitudes escalares, como la distancia, y las magnitudes vectoriales, como el desplazamiento.

Fuente:https://eo.wikipedia.org/wiki/Tubo_de_Mikola

EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

PRÁCTICA

Fuente:Artguru.IA,(2024)

Conociendo las magnitudes independientes y dependientes de un cuerpo con velocidad constante.

Materiales:

- Botella plástica transparente.
- 5 botones de color oscuro.
- Cinta adhesiva.
- Agua.
- Marcador.
- Cuaderno y regla de 30 cm.
- Cronometro o reloj.

Colocamos sobre la superficie de una mesa una botella plástica completamente transparente. A partir de la base de la botella, medimos y marcamos divisiones de 5 cm de altura, creando un total de seis divisiones (5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm, 25 cm y 30 cm). En cada una de estas marcas, adherimos una tira de cinta adhesiva y destacamos las divisiones con un marcador para que sean claramente visibles.

A continuación, llenamos la botella con agua hasta alcanzar un nivel entre 3 y 4 cm por debajo del borde superior, es decir, hasta la primera marca, que corresponderá al nivel cero en nuestra escala de medición. Esto permitirá realizar observaciones más precisas a lo largo del experimento, garantizando que las marcas sean útiles para mediciones futuras.

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Qué tipo de trayectoria tuvo el botón dentro la botella?
- ¿El botón se movió con velocidad constante? ¿Por qué?
- ¿Qué magnitudes físicas medimos durante la práctica?
- ¿Cuál es la variable dependiente e independiente durante la medición?

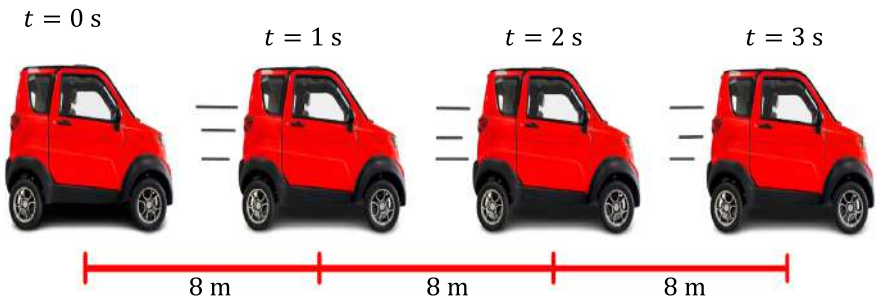
TEORÍA

Galileo Galilei (1564-1642) fue un astrónomo, ingeniero, matemático y físico italiano. Sus investigaciones marcaron un punto de inflexión en la física y sentaron las bases para la formulación de las leyes del movimiento. Galileo refutó aquel pensamiento de que los objetos que eran más pesados caían más rápido que los ligeros. A través de experimentos, demostró que todos los objetos no dependen de su masa, caen con la misma aceleración en ausencia de resistencia del aire. Esto llevó a la formulación de la aceleración constante debida a la gravedad $9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

El MRU tiene un tipo de movimiento que se caracteriza por desplazar un objeto por una trayectoria recta con velocidad constante. Por lo tanto, el objeto recorre distancias iguales en intervalos de tiempo iguales, sin cambios en la rapidez ni en la dirección de su movimiento.



2. Características del MRU

El movimiento rectilíneo uniforme se caracteriza por:

- El movimiento del objeto se realiza en una sola dirección.
- La magnitud de la velocidad permanece constante en el tiempo, lo que implica que la aceleración es cero.
- La distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo transcurrido.
- El objeto se desplaza en intervalos de tiempos iguales.

3. Fórmulas del MRU

La ecuación principal que describe el movimiento rectilíneo uniforme es:

$$v = \frac{x}{t}$$

Donde:
- v es la velocidad constante.
- t es el tiempo transcurrido.
- x es la distancia recorrida.

A partir de la anterior ecuació, se puede sacar una relación de para encontrar la distancia.

$$x = vt$$

De la misma manera, se tiene la relación del tiempo transcurrido con respecto a la distancia y la velocidad constante.

$$t = \frac{x}{v}$$

4. Velocidad media

Es la razón entre el desplazamiento total y el tiempo total que ha transcurrido en el movimiento. Se calcula con:

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Donde:
- x_2 es la distancia recorrida en el punto 2.
- x_1 es la distancia recorrida en el punto 1.
- t_1 es el tiempo transcurrido en el instante 1.
- t_2 es el tiempo transcurrido en el instante 2.

5. Velocidad instantánea

Es la velocidad de un cuerpo en un momento específico. Se considera como la velocidad media en un intervalo de tiempo.

$$v_i = \frac{dx}{dt}$$

Donde:
- dx/dt es el cambio de desplazamiento en un intervalo de tiempo infetesimal.

6. Unidades y equivalencias

Unidades	Sistema Internacional	Sistema Cegesimal
Velocidad	$\frac{\text{metros}}{\text{segundo}} = \frac{[\text{m}]}{[\text{s}]}$	$\frac{\text{centímetro}}{\text{segundo}} = \frac{[\text{cm}]}{[\text{s}]}$
Distancia	$\text{metros} = [\text{m}]$	$\text{centímetros} = [\text{cm}]$
Tiempo	$\text{segundos} = [\text{s}]$	$\text{segundos} = [\text{s}]$

Teoría de errores

La teoría de errores es un aspecto fundamental en las ciencias experimentales y la ingeniería, ya que permite evaluar y cuantificar la incertidumbre en las mediciones. En cualquier experimento, los resultados obtenidos no son exactos, sino que contienen errores debido a diversas fuentes de incertidumbre.

a) Errores sistemáticos

Son errores que ocurren de manera constante y predecible, afectando todas las mediciones de la misma manera. Se originan por defectos en los instrumentos de medición, condiciones ambientales controladas incorrectamente o procedimientos de medición inadecuados.
Por ejemplo; Un termómetro que siempre mide 2 °C por encima de la temperatura real.

b) Errores aleatorios

Son errores impredecibles que varían en magnitud y signo en cada medición. Surgen debido a fluctuaciones aleatorias en el ambiente o en el proceso de medición, como variaciones en la temperatura, presión, o incluso limitaciones humanas.
Por ejemplo; Pequeñas variaciones en las lecturas de un tester debido a fluctuaciones en la corriente eléctrica.

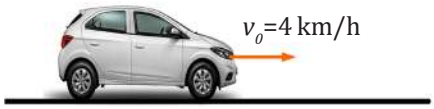
c) Errores gruesos

Son errores grandes y obvios que suelen deberse a fallos humanos o malfuncionamiento del equipo, como leer mal una escala o registrar datos incorrectamente.
Por ejemplo; Son errores grandes y obvios que suelen deberse a fallos humanos o malfuncionamiento del equipo, como leer mal una escala o registrar datos incorrectamente.

Actividad

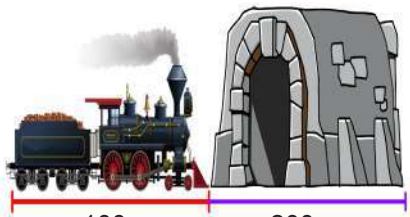
Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1) *Si un automóvil se mueve con una velocidad constante de* 4 km/h, *¿Qué distancia (en* m*) recorrerá los primeros* 60 s?

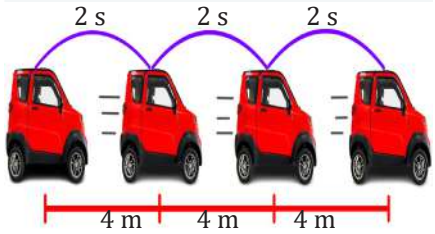


2) *Un avión recorre* 160 m en 2 s *¿Cuál es su velocidad en* km/h?

3) *Un tren de* 100 m *de longitud viaja a velocidad constante de módulo* 20 m/s, *¿Qué tiempo demorará en cruzar completamente un túnel recto de* 200 m?



4) *Un automóvil recorre* 4 m *en* 2 s, *si recorre en total* 12 m *en* 6 s, *¿Cuál es su velocidad cada dos segundos y su velocidad después de haber recorrido los* 12 m en 6 s*? ¿Es el mismo valor para la velocidad? ¿Por qué?*

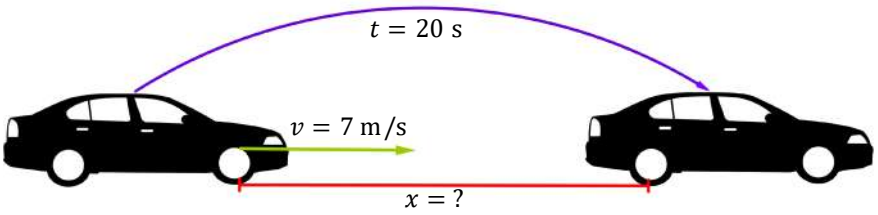


5) *Un minibús y una motocicleta, recorren por la carretera una distancia de* 20 km, *el primero lo hace en* 75 min *y el segundo emplea* 64 min, *¿Cuál es la velocidad de cada uno? ¿Por qué realizó menos tiempo la motocicleta?*

Tiempo (t)	Distancia (x)
1 año = 365 dia	1 km = 1000 m
1 dia = 24 h	1m = 100 cm
1 h = 60 min	1 cm = 10 mm
1 min = 60 s	1 in = 2,54 cm
1 s = 1000 ms	1 ft = 30,48 cm

Ejemplos:

1) Un móvil avanza con MRU, a razón de $7\ \text{m/s}$ durante $20\ \text{s}$. Calculemos la distancia recorrida. Expresemos el resultado en el sistema cegesimal.



Datos:

$v = 7\ \text{m/s}$

$t = 20\ \text{s}$

$x = ?$

Calculando la distancia x con la ecuación correspondiente

$$x = vt$$

$$x = (7\ \text{m/s}) \cdot (20\ \text{s})$$

$$x = 140\ \text{m} \times \frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}} = 1400\ \text{cm}$$

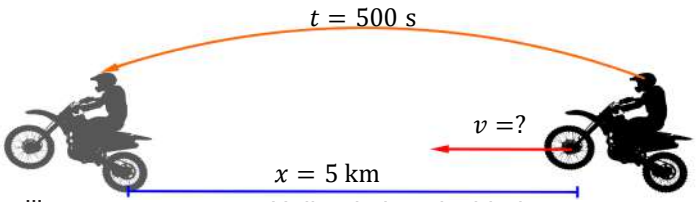
2) Una bicicleta que tiene un movimiento rectilíneo uniforme recorre $5\ \text{km}$ en $500\ \text{s}$ ¿Con qué rapidez avanza en el S.I.?

Datos:

$x = 5\ \text{km}$

$t = 500\ \text{s}$

$v = ?$



Operación auxiliar

$$5\ \text{km} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} = 5000\ \text{m}$$

$$x = 5000\ \text{m}$$

Hallando la velocidad v

$$v = \frac{x}{t} = \frac{(5000\ \text{m})}{(500\ \text{s})} = 10\ \text{m/s}$$

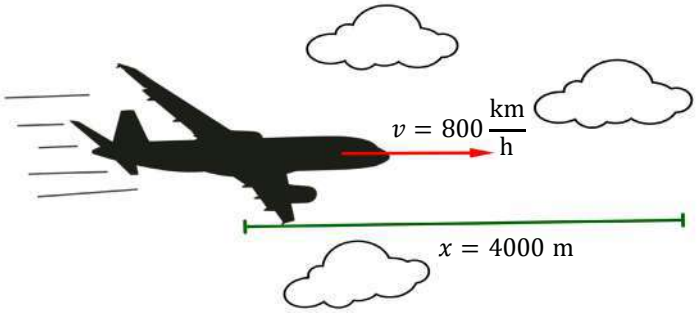
3) Un avión con MRU, se mueve a razón de $800\ \text{km/h}$ y recorre una distancia de $40000\ \text{m}$ ¿Cuál es el tiempo de recorrido en minutos?

Datos:

$x = 4000\ \text{m}$

$v = 800\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$t = ?$



Operación auxiliar

$$x = 4000\ \text{m} \times \frac{1\ \text{km}}{1000\ \text{m}} = 40\ \text{km}$$

$$v = 800\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\ \text{h}}{60\ \text{min}} = 13{,}3\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Hallando el tiempo t

$$t = \frac{x}{v}$$

$$t = \frac{(40\ \text{km})}{\left(13{,}3\,\frac{\text{km}}{\text{min}}\right)}$$

$$t = 3\ \text{min}$$

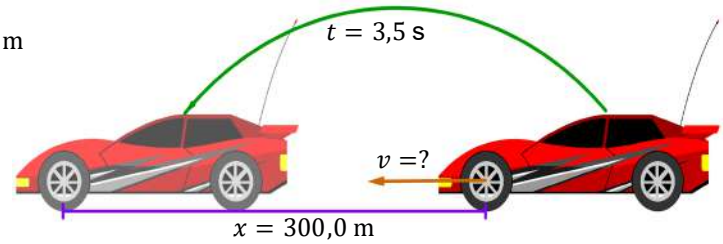
4) Un auto de carrera tiene una cierta velocidad al recorrer $300{,}0\ \text{m}$ en $3{,}5\text{s}$. ¿Cuál es la velocidad del auto de carrera?

Datos:

$x = 300{,}0\ \text{m}$

$t = 3{,}5\ \text{s}$

$v = ?$



Calculando la distancia x con la ecuación correspondiente.

$$v = \frac{x}{t}$$

Reemplazando valores.

$$v = \frac{(300{,}0\ \text{m})}{(3{,}5\ \text{s})}$$

$$v = 85{,}7\ \text{m/s}$$

5) Dos corredoras se aproximan una a la otra en una pista recta, con rapidez constante de $4{,}5\ \text{m/s}$ y $3{,}5\ \text{m/s}$ respectivamente. Cuando están separadas a $100{,}0\ \text{m}$, ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse y en qué posición lo harán si mantienen su rapidez?

Datos:

$v_A = 4{,}5\ \text{m/s}$

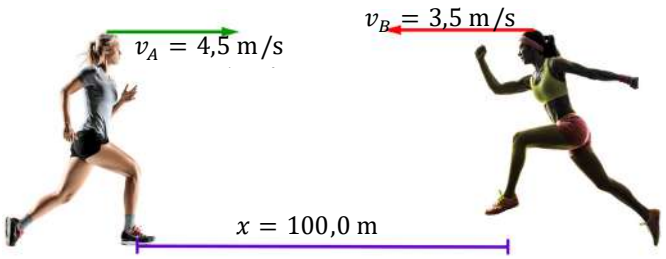
$v_B = 3{,}5\ \text{m/s}$

$x = 100{,}0\ \text{m}$

$t_e = ?$

$x_A = ?$

$x_B = ?$



Calculando el tiempo de encuentro t_e.

$$t_e = \frac{x}{v_A + v_B}$$

$$t_e = \frac{(100{,}0\ \text{m})}{(4{,}5\ \text{m/s} + 3{,}5\ \text{m/s})}$$

$$t_e = 12{,}5\ \text{s}$$

Calculando x_A.

$$x_A = v_A\, t_e$$

$$x_A = (4{,}5\ \text{m/s}) \cdot (12{,}5\ \text{s})$$

$$x_A = 56{,}2\ \text{m}$$

Calculando x_B.

$$x_B = v_B\, t_e$$

$$x_B = (3{,}5\ \text{m/s}) \cdot (12{,}5\ \text{s})$$

$$x_B = 43{,}8\ \text{m}$$

Momento Investigativo

¿Quién invento el primer automóvil?

El primer automóvil moderno es generalmente atribuido a Karl Benz. En 1885, Benz construyó el Benz Patent-Motorwagen, considerado el primer automóvil práctico impulsado por un motor de combustión interna. Su vehículo fue patentado el 29 de enero de 1886, y su diseño incluyó un motor de gasolina de cuatro tiempos.

Fuente:https://www.autobild.es/noticias/motor-monocilindrico-empezo-toda-historia-automovil-1271390

¿Quién inventó la primera motocicleta?

En 1885, Daimler y Maybach desarrollaron un vehículo con dos ruedas llamado Reitwagen, que estaba impulsado por un motor de combustión interna. Aunque el Reitwagen se consideró un prototipo temprano y no se produjeron en masa en ese momento, sentó las bases para el desarrollo de las motocicletas modernas.

Fuente:https://group.mercedes-benz.com/company/tradition/company-history/1886-1920.html

Variables experimentales

Variable de control

El control es la parte del experimento que no recibe tratamiento. Es la parte del experimento que observamos para ver cómo se compara y cómo cambió el experimento.

Variable dependiente

Es la variable que se mide y se espera que varie como resultado de los cambios en la variable independiente. En cinemática, las variables dependientes pueden ser: la velocidad y aceleración.

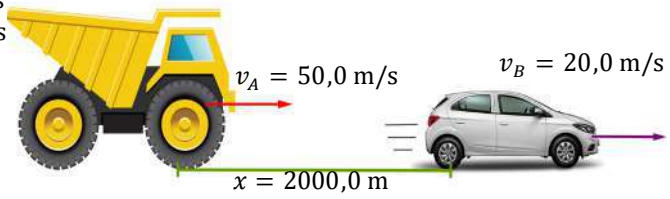
Variable independiente

Es la variable que se manipula o se cambia intencionalmente para observar su efecto en otras variables. En un experimento de cinemática, la variable independiente podría ser: el tiempo. Solo debe haber una variable independiente en un experimento.

6) Tomando en cuenta el siguiente gráfico, calculamos el tiempo de alcance si los móviles se mueven con MRU y las distancias recorridas.

Datos:

$v_A = 50{,}0\ \text{m/s}$
$v_B = 20{,}0\ \text{m/s}$
$x = 2000{,}0\ \text{m}$
$t_e = ?$
$x_A = ?$
$x_B = ?$



Calculando el tiempo de encuentro t_e.

$$t_e = \frac{x}{v_A + v_B}$$

$$t_e = \frac{(2000{,}0\ \text{m})}{(50{,}0\ \text{m/s} - 20{,}0\ \text{m/s})}$$

$$t_e = 66{,}7\ \text{s}$$

Calculando x_A.

$$x_A = v_A t_e$$

$$x_A = (50{,}0\ \text{m/s}) \cdot (66{,}7\ \text{s})$$

$$x_A = 3335{,}0\ \text{m}$$

Calculando x_B.

$$x_B = v_B t_e$$

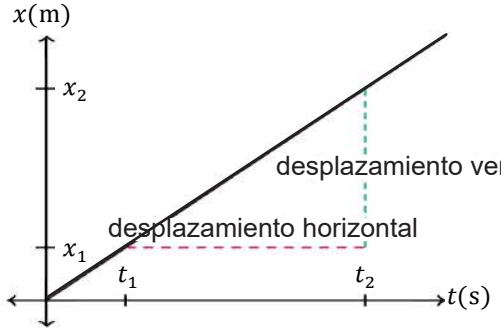
$$x_B = (20{,}0\ \text{m/s}) \cdot (66{,}7\ \text{s})$$

$$x_B = 1334{,}0\ \text{m}$$

7. Representaciones graficas del MRU

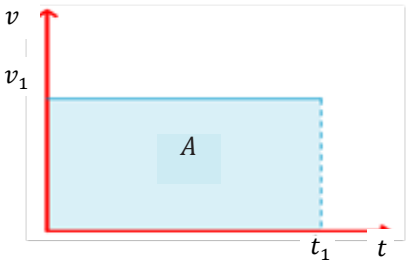
La representación gráfica del MRU puede hacerse en términos de tres gráficos principales que son los siguientes:

7.1. Posición vs Tiempo (*x* vs. *t*)



7.2. Velocidad vs Tiempo (*v* vs. *t*)

La velocidad en función del tiempo, es una línea horizontal, porque la velocidad es constante.

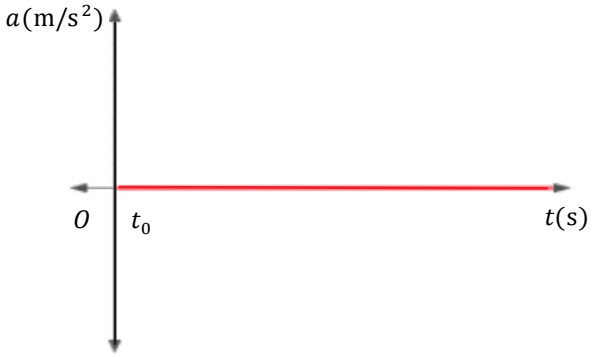


El área (A) comprendida entre "v-t" representa la distancia recorrida por un objeto.

$$A = v_1 t_1 \rightarrow \ x = vt$$

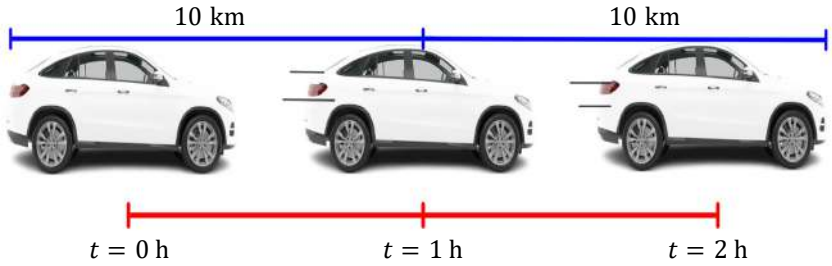
7.3. Aceleración vs Tiempo (a vs. t)

La aceleración de un cuerpo con respecto al tiempo en un movimiento rectilíneo uniforme es nula en todo momento. Si la velocidad del cuerpo se considera positiva o negativa, solo tiene una gráfica.



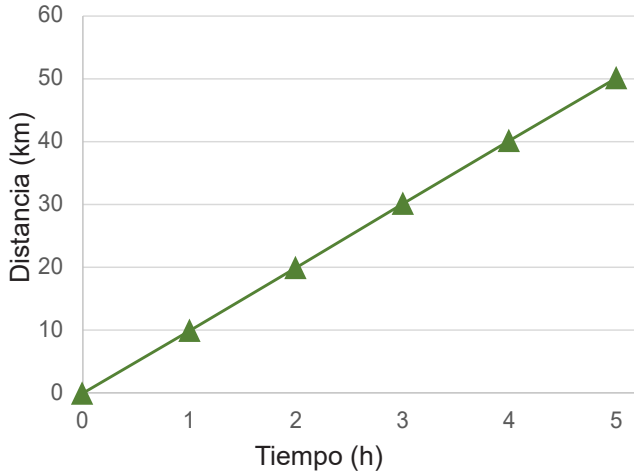
Ejemplos:

1) Un automóvil se mueve a $10\ \mathrm{km/h}$. Graficamos el movimiento descrito.

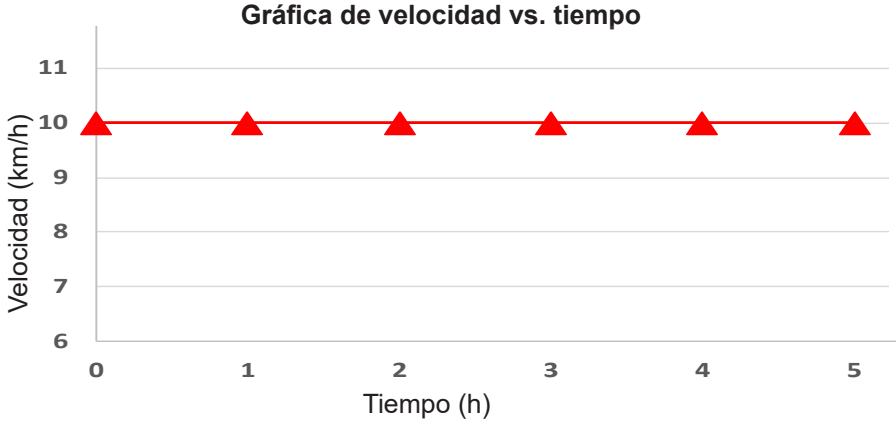


Gráfica de posición vs. tiempo

x(km)	t(h)
0	0
10	1
20	2
30	3
40	4
50	5



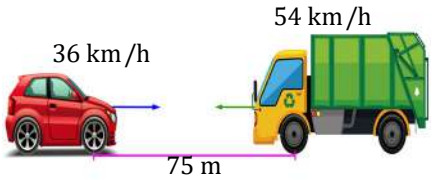
Gráfica de velocidad vs. tiempo



Actividad

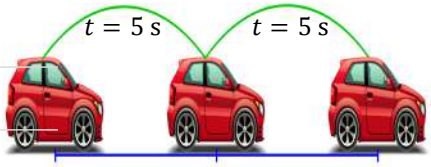
Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1) Si los dos móviles se mueven con MRU, calculamos el tiempo de encuentro y las distancias recorridas de ambos móviles.

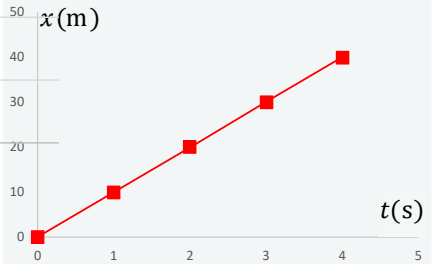


2) Si los móviles A y B se encuentran uno en persecución del otro y ambos, calculamos la distancia que recorre A hasta que alcanza a B.

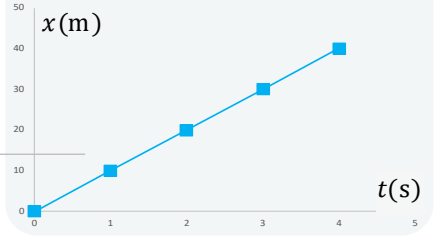
3) Un camión se mueve a 12 $\mathrm{m/s}$. Graficamos el movimiento descrito.



4) En el siguiente gráfico de x vs t, descrito por un móvil con MRU, determinamos su rapidez en el punto C.



5) *Un móvil se desplaza según la gráfica. Determinamos la distancia recorrida en los primeros 6 s y las velocidades en cada trayecto.*



Instrumentos para medir la velocidad

Existen varios instrumentos y dispositivos para medir la velocidad, cada uno adecuado para diferentes contextos y rangos de velocidad.

a) Velocímetro, es utilizado en vehículos (autos, bicicletas, aviones) para mostrar la velocidad instantánea.

Fuente:https://noticias.amv.es/noticias-motor/marca-el-velocimetro-la-velocidad-real-de-tu-vehiculo/

b) Radar de velocidad, es utilizado por la policía para medir la velocidad de vehículos en movimiento.

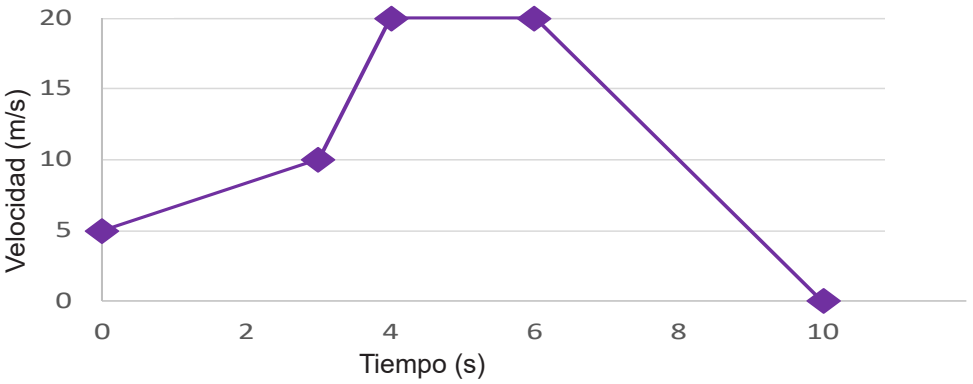
Fuente:https://www.ebay.com/p/14016223050?iid=314508810033

c) Anemómetro, mide la velocidad del viento.

Fuente:https://www.tiempo.com/noticias/ciencia/origen-y-evolucion-del-anemometro-que-es.html

d) GPS (Sistema de Posicionamiento Global), es utilizado para medir la velocidad de ruta en autos y análisis de movimientos.

2) Un móvil se desplaza como se muestra en la gráfica. Determinamos la distancia recorrida en los primeros 10 segundos y las velocidades en cada trayecto.



Primer tramo: Entre el tiempo de 0 y 3 segundos.

Calculando la velocidad v_1

$$v_1 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$v_1 = \frac{10\ \text{m} - 5\ \text{m}}{3\ \text{s} - 0}$$

$$v_1 = 1{,}7\ \text{m/s}$$

Calculando la distancia recorrida d_1

$$d_1 = v_1 t$$

$$d_1 = (1{,}7\ \text{m/s}) \cdot (3{,}0\ \text{s})$$

$$d_1 = 5{,}1\ \text{m}$$

Segundo tramo: entre el tiempo de 3 y 4 segundos.

Calculando la velocidad v_2

$$v_2 = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2}$$

$$v_2 = \frac{20\ \text{m} - 10\ \text{m}}{4\ \text{s} - 3\ \text{s}}$$

$$v_2 = 10\ \text{m/s}$$

Calculando la distancia recorrida d_2

$$d_2 = v_2 t$$

$$d_2 = (10\ \text{m/s}) \cdot (1\ \text{s})$$

$$d_2 = 10\ \text{m}$$

Tercer tramo: entre el tiempo de 4 y 6 segundos.

Calculando la velocidad v_3

$$v_3 = \frac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3}$$

$$v_3 = \frac{20\ \text{m} - 20\ \text{m}}{6\ \text{s} - 4\ \text{s}}$$

$$v_3 = 0$$

Calculando la distancia recorrida d_3

$$d_3 = v_3 t$$

$$d_3 = (0\ \text{m/s}) \cdot (2\ \text{s})$$

$$d_3 = 0\ \text{m}$$

Cuarto tramo: entre el tiempo de 6 y 10 segundos.

Calculando la velocidad v_4

$$v_4 = \frac{x_5 - x_4}{t_5 - t_4}$$

$$v_4 = \frac{0 - 20\ \text{m}}{10\ \text{s} - 6\ \text{s}}$$

$$v_4 = -5\ \text{m/s}$$

Calculando la distancia recorrida d_4

$$d_4 = v_4 t$$

$$d_4 = (5\ \text{m/s}) \cdot (4\ \text{s})$$

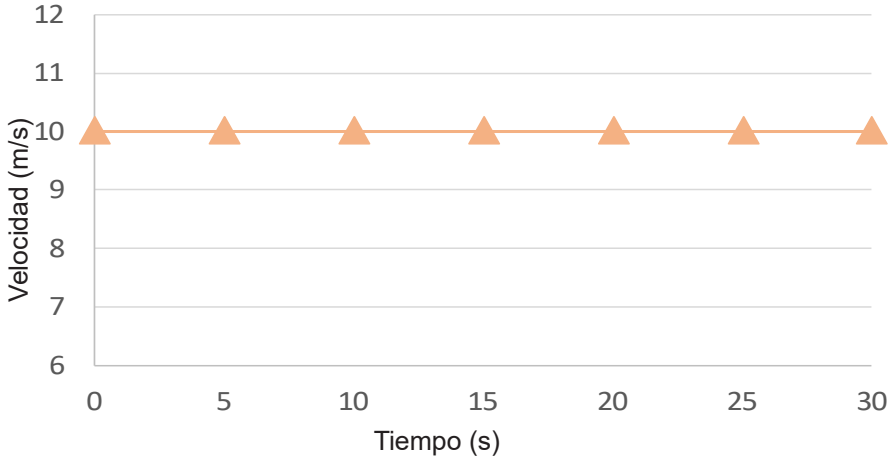
$$d_4 = 20\ \text{m}$$

Calculando la distancia total recorrida por el automóvil.

$$d_t = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

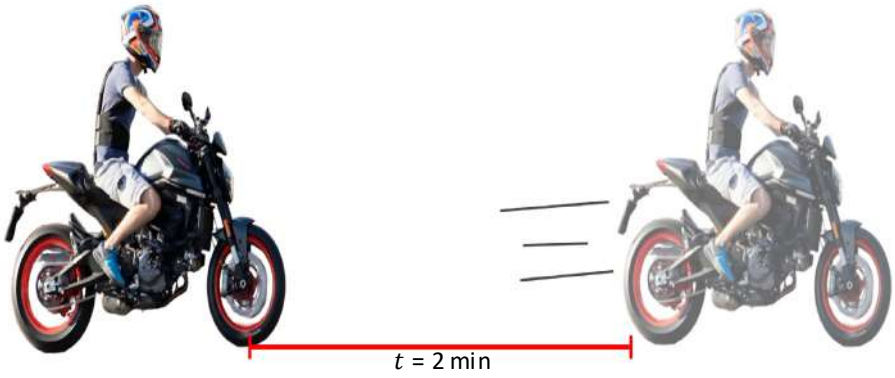
$$d_t = 5{,}1\ \text{m} + 10\ \text{m} + 0\ \text{m} + 20\ \text{m} = 35{,}1\ \text{m}$$

3) ¿Cuál es la velocidad de una motocicleta que tiene el siguiente gráfico de velocidad vs tiempo? ¿Qué distancia recorre la motocicleta en un tiempo de 2 min?. Si la velocidad de la motocicleta cambia a la mitad en los últimos 10 s de su recorrido. ¿Cuánto es el valor de su desplazamiento de su último tramo?



Si observamos la gráfica podemos concluir que la velocidad de la motocicleta es contante durante todo el tiempo.

$$v = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Si la motocicleta se mueve durante 2 min, la distancia recorrida será:

$$x = vt$$

$$x = 10\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 120\ \text{s}$$

$$x = 1200\ \text{m}$$

La distancia que recorre la motocicleta en 2 min es 1200 m.

Si la velocidad de la motocicleta reduce a la mitad. Entonces su desplazamiento será el siguiente:

$$x = 5\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\ \text{s}$$

$$x = 50\ \text{m}$$

La distancia que recorre en los últimos 10 s es 50 m.

Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *¿Por qué son diferentes la velocidad instantánea y velocidad media?*
2. *Los teleféricos que se utilizan en la ciudad de La Paz corresponden al movimiento rectilíneo uniforme? Si es así ¿qué condiciones cumplen para tener este movimiento?*

Fuente:https://www.archdaily.cl/cl/758231/la-paz-y-el-teleferico-urbano-mas-alto-del-mundo

3. *¿Se representa con una línea recta inclinada con pendiente positiva o negativa los gráficos de posición vs tiempo? ¿Por qué?*
4. *¿Cómo se comporta la aceleración de un objeto que tiene movimiento rectilíneo uniforme?*
5. *¿Cuál es la ecuación que se utiliza para calcular la velocidad media en un movimiento rectilíneo uniforme?*
6. *¿Cómo se expresa la ecuación de la posición x en función del tiempo y una velocidad constante, si existe una posición inicial x_0?*
7. *¿Qué dato se puede obtener de la pendiente positiva en un gráfico de velocidad vs tiempo para un movimiento rectilíneo uniforme?*
8. *Si se dobla el tiempo mientras se mantiene constante la velocidad, ¿qué sucede con la distancia recorrida?*

Aplicación del MRUen la vida cotidiana.

a) *Astronomía*

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

b) *Área criminalística*

Fuente:https://spmoellerlaw.com/es/practice-areas/motorcycle-accidents/

c) *Transporte*

Fuente:https://es.wikipedia.org/wiki/Mi_Tren

d) *Cintas transportadora*

Fuente:https://www.elconfidencial.com/alma-corazon-vida/2023-03-09/como-usar-separadores-caja-supermercados_3589589/

e) *Atletismo*

Fuente:https://erbol.com.bo/deporte/guadalupe-t%C3%B3rrez-lleg%C3%B3-segunda-ronda-y-marca-un-hito-ol%C3%ADmpico-para-bolivia

8. Aplicación del movimiento rectilíneo uniforme en la vida cotidiana

La aplicación del movimiento rectilíneo uniforme en la vida diaria es fundamental para describir el comportamiento de cuerpos que se desplazan con velocidad constante en línea recta. Aunque se considera un movimiento simple, su estudio es crucial en física, ya que facilita la planificación, el diseño de sistemas y la optimización de recursos en diversas situaciones cotidianas. Algunos ejemplos de su aplicación son:

8.1. Estudio astronómico

Permite a los científicos analizar y predecir el movimiento de cuerpos celestes en ciertas condiciones específicas. Aunque los movimientos en el espacio suelen ser complejos y sujetos a múltiples fuerzas gravitacionales, hay situaciones en las que el MRU se puede aplicar de manera efectiva. Por ejemplo, cuando una nave espacial viaja en el vacío del espacio lejos de influencias gravitatorias significativas, su movimiento puede aproximarse al MRU. En este caso, la nave se movería a una velocidad constante en línea recta, lo que permite a los astrónomos y científicos espaciales calcular su trayectoria y tiempo de llegada a un destino particular.

8.2. En la disciplina de la criminalística

Se utiliza para reconstruir y analizar la trayectoria de vehículos o proyectiles involucrados en accidentes o crímenes. Por ejemplo, en la investigación de un atropello, los peritos pueden utilizar el MRU para estimar la velocidad del vehículo en el momento del impacto, analizando las marcas de frenado y la distancia recorrida tras el impacto. Otro ejemplo es en la balística forense, donde se aplica el MRU para calcular la trayectoria de un proyectil disparado, ayudando a determinar la posición del tirador y la distancia desde la cual se efectuó el disparo. Esto es posible porque, en muchas situaciones, la velocidad de un proyectil puede considerarse constante en un tramo específico de su trayectoria, antes de que factores como la resistencia del aire comiencen a influir significativamente.

8.3. Aplicación en el transporte

El MRU se aplica en los teleféricos que se encuentran en la ciudad de La Paz y en los trenes metropolitanos como el de la ciudad de Cochabamba que durante su movimiento se producen velocidades constantes. También cuando un bus de transporte se desplaza a una velocidad constante en una autopista sin aceleraciones ni frenadas, está en MRU. Este tipo de movimiento es ideal para calcular distancias recorridas o tiempo de viaje.

8.4. Las cintas transportadoras en aeropuertos o supermercados

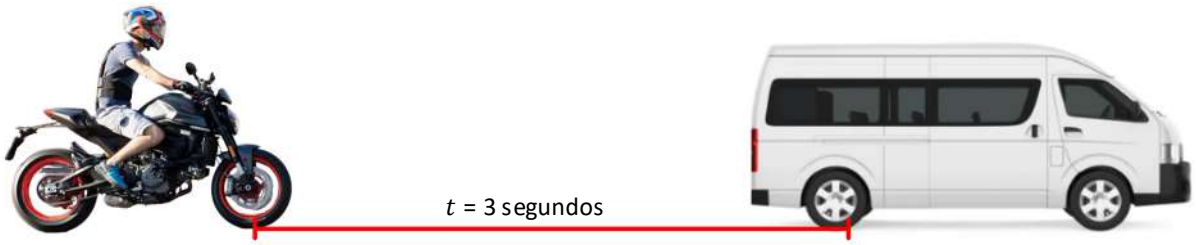
Estas cintas de transportadoras suelen moverse a una velocidad constante, facilitando el transporte uniforme de objetos o equipajes a lo largo de una distancia. Además, en muchas máquinas industriales, las correas que mueven piezas o productos de una estación a otra suelen moverse a una velocidad constante.

8.5. Atletas realizando carreras de velocidad como los 100 m

En la fase media de la carrera, después de la aceleración inicial, un velocista alcanza su velocidad máxima y la mantiene de manera constante mientras corre en línea recta hacia la meta. Durante un periodo de tiempo el atleta se desplaza a velocidad uniforme, sin acelerar ni desacelerar. Esta fase de MRU es crucial, porque mantiene una velocidad constante y alta durante el mayor tiempo posible, lo que permite al atleta maximizar su rendimiento y obtener mejores tiempos.

VALORACIÓN

La velocidad a la que circula un vehículo o una motocicleta es uno de los factores más determinantes en la causa de accidentes. Ante la detección de un peligro, la reacción instintiva del conductor es frenar. Al observar la imagen, se puede analizar la relación entre la velocidad de conducción y la distancia mínima necesaria para detenerse al reaccionar ante un peligro. Es común que muchos accidentes ocurran debido a la imprudencia al volante, ya sea porque el conductor viaja al límite de la velocidad permitida o porque, por el contrario, maneja con excesiva lentitud. Estos dos extremos representan comportamientos que influyen en la seguridad vial.



La regla de los 3 segundos en conducción es una técnica de seguridad que ayuda a mantener una distancia segura con el vehículo que va adelante. Esta distancia mínima permite tener tiempo suficiente para reaccionar en caso de que el vehículo de adelante frene repentinamente.

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Cómo influye la velocidad de circulación en el tiempo necesario para detener el vehículo a tiempo?
- ¿De qué manera controla la policía boliviana la velocidad en las carreteras?
- ¿De qué manera los conductores saben a qué velocidad van?

PRODUCCIÓN

Gota de agua en aceite

Materiales: Aceite, agua, tubo de ensayo o botella de plástico, cronómetro.

1. Utilizando una regla y un plumón, realicemos seis marcas en la probeta de 1 L con una separación de 3 cm entre ellas (podemos pegar una tira de cinta adhesiva blanca sobre la probeta y escribir las marcas sobre ella); colocamos el primer valor (0 cm) tres centímetros por debajo del borde superior de la probeta, y luego marcamos a los 3,6,9 y 12 cm, buscando el fondo de la probeta (Fig.1). Si en nuestro centro escolar no cuentan con probetas de 100 mL, podemos utilizar una botella plástica de 100 mL (por ejemplo, las que vienen con agua purificada).
2. Auxiliándonos con un embudo llenamos la probeta con aceite de cocina, de manera que se sobrepase apreciablemente la marca de 0 cm (Fig. 1).
3. Con la ayuda de un gotero debemos echar una gota de agua en el aceite. Para ello, succionemos un poco de agua con el gotero, y luego introduzcamos la punta del gotero en la superficie del aceite y dejemos caer una gota de agua (Fig. 2).
4. Cuando la gota de agua llegue al nivel de 0 cm, midamos con el cronómetro el tiempo que tarda en llegar a la marca de 3 cm (Fig. 3), luego a las de 6,9 y 12 cm, respectivamente.
5. Repitamos el procedimiento de los pasos 3 y 4 dos veces más, y anotemos los datos en la Tabla 1.
6. Para cada distancia debemos obtener el promedio de las tres mediciones de tiempo que efectuaste.

Figura. 1

Figura. 2

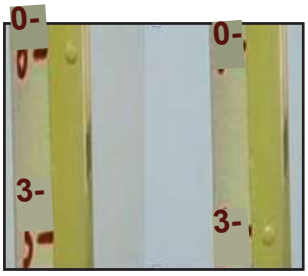


Figura. 3

Distancia (cm)	Tiempo (s)			Tiempo promedio (s)
	1ra observación	2da observación	3ra observación	
3				
6				
9				
12				

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

PRÁCTICA

La aceleración en la naturaleza

Materiales:

- Pista de cartulina.
- Canica o bolilla.
- Cronómetro o celular.

Fuente:https://azeheb.com/es/conjunto-para-el-estudio-de-movimientos-basic.html

Procedimiento:

- El montaje experimental lo realizamos en una superficie plana, como en la fotografía.
- Marcamos la pista cada 30 cm con un marcador.
- Soltamos la canica desde el principio de la pista y con un cronometro medimos el tiempo que tarda en recorrer las diferentes distancias: 30,60,90,120,150 y 180 cm. Repetimos cada medición 3 veces.
- Probamos el movimiento con diferentes tipos de cuerpos.

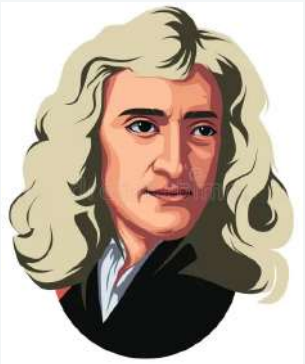
Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Qué tipo de trayectoria tuvo la bolita metálica?
- ¿La bolita metálica se movió con velocidad variable o constante? Sí, no, ¿Por qué?
- ¿Qué magnitudes físicas medimos durante la práctica?
- ¿Cuáles son las variables dependientes e independientes durante la medición?
- ¿Cómo varia el tiempo que tarda la bolita en recorrer las diferentes distancias?
- ¿Qué factores pueden afectar el movimiento de la bolita?

TEORÍA

Sir Isaac Newton (1643 - 1727) fue uno de los físicos más reconocidos en la historia por sus diversas contribuciones a la ciencia. Su obra más célebre, Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (1687), establece las bases de la mecánica clásica, en la que se incluye la cinemática. Su primera ley que es de la inercia dice que un objeto en reposo permanece en reposo y un objeto en movimiento continúa en movimiento a velocidad constante en línea recta, a menos que una fuerza externa actúe sobre él.



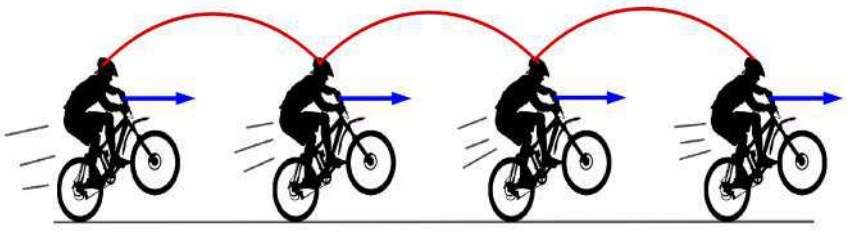
Fuente:https://lc.cx/Fed9ks

1. Introducción

En la mayor parte de las situaciones reales, los objetos que se encuentran en movimiento no son constantes si no que cambian su velocidad con el tiempo, debido a que el objeto aumenta o disminuye su velocidad v. Esta variación de velocidad se le conoce como aceleración.

2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV) es un tipo de movimiento en el que un objeto se mueve en línea recta mientras su velocidad varía de manera uniforme a lo largo del tiempo. Por lo tanto, la variación de la velocidad es uniforme, es decir, que la velocidad del objeto aumenta o disminuye en la misma cantidad durante intervalos de tiempo iguales.



3. Características del MRUV

- El movimiento que realiza un cuerpo es en línea recta o en una sola dirección.
- La aceleración de un objeto es uniforme y no cambia durante el movimiento.
- Existe una velocidad inicial v_0 y una velocidad final.
- La velocidad del objeto cambia de manera lineal con respecto al tiempo.

- Si el objeto parte del reposo, la velocidad inicial es cero.
- Si el objeto que está en movimiento va desacelerando y se detiene después de un periodo de tiempo, la velocidad final será igual a cero.
- Cuando $v<v_0$ la aceleración es negativa.
- Cuando $v>v_0$ la aceleración es positiva.

4. Movimiento acelerado desacelerado

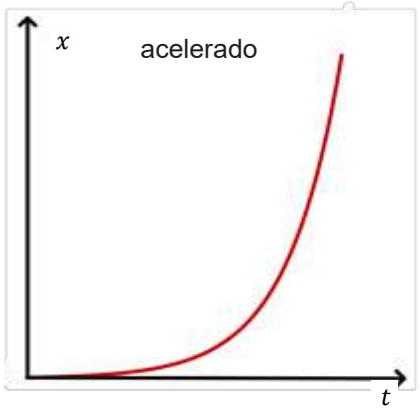
En el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV), un movimiento es considerado acelerado cuando la velocidad del objeto aumenta de manera constante con el tiempo, lo que significa que tiene una aceleración positiva. Por lo contrario, el movimiento es desacelerado cuando la velocidad del objeto disminuye a una tasa constante, indicando una aceleración negativa.

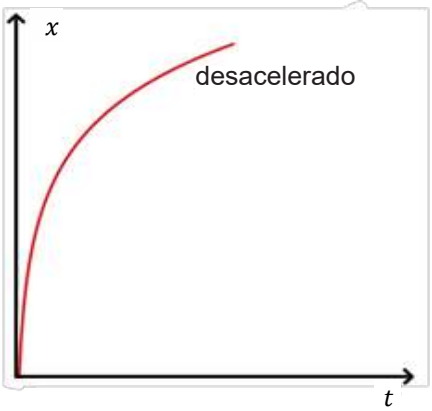
$a > 0$

$a < 0$

$a =$ constante

En el gráfico de velocidad vs. tiempo, un movimiento acelerado muestra una pendiente positiva, mientras que un movimiento desacelerado muestra una pendiente negativa.



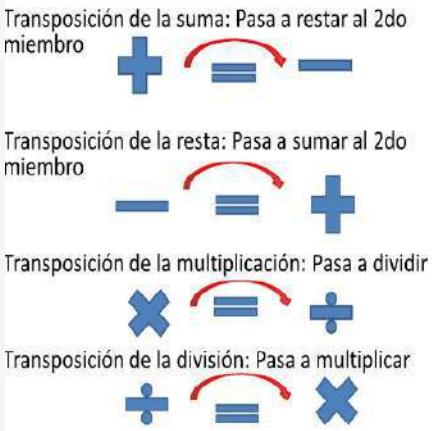


Despeje de fórmulas

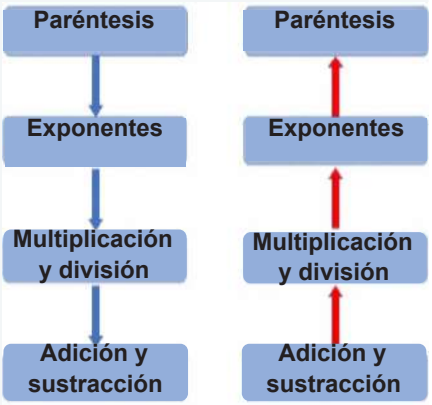
Despejar una variable en una fórmula o ecuación es el proceso que lleva encontrar una ecuación o fórmula equivalente en la que la variable este aislado en un miembro de la ecuación:

Pasos sugeridos:

Identificamos la variable que deseamos despejar y nos aseguramos de que esté en un lado de la ecuación, mientras que todos los demás términos y variables estén en el otro lado. Reorganizamos la ecuación de modo que todos los términos con "x" estén en un lado y los términos sin "x" estén en el otro lado.



Utilizamos operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación, división, exponentes, raíces, etc) para aislar "x" en un solo lado de la ecuación.



Acelerador de partículas

Un acelerador de partículas es un dispositivo científico que se utiliza para aumentar la energía cinética de partículas subatómicas cargadas, como electrones, protones o iones, a velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

Fuente:https://www.rfi.fr/es/ciencia/20180910-el-mayor-acelerador-de-particulas-del-mundo-cumple-10-anos

Medicina, se utilizan en radioterapia y radiocirugía para el tratamiento de cáncer y otras enfermedades. Las partículas aceleradas se dirigen con precisión hacia los tumores para destruir las células cancerosas mientras minimizan el daño a los tejidos circundantes.

Fuente:http://www.drshikhachawla.com/stereotactic-radiation.html

Energía, los aceleradores de partículas también se han utilizado en la investigación sobre energía nuclear y fusión nuclear como posibles fuentes de energía limpia y sostenible para el futuro. Los aceleradores de partículas pueden ayudar a recrear las condiciones que existieron en los primeros momentos del universo después del Big Bang, lo que permite a los científicos investigar cómo se formaron las partículas y las fuerzas fundamentales.

5. Fórmulas del MRUV

a) Desplazamiento en función del tiempo

$$x = v_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2$$

Donde:
d es el desplazamiento realizado por un objeto.
v_0 es la velocidad inicial.
a es la aceleración que tiene un objeto.
t es el tiempo empleado.

b) Velocidad en función del tiempo

$$v = v_0 \pm at$$

Donde:
v es la velocidad final.
v_0 es la velocidad inicial que tiene el objeto.
a es la aceleración que tiene el objeto.
t es el tiempo transcurrido.

c) Velocidad en función del tiempo

$$v^2 = {v_0}^2 \pm 2ax$$

Donde:
v es la velocidad final.
v_0 es la velocidad inicial que tiene el objeto.
a es la aceleración que tiene el objeto.
d es el desplazamiento realizado por un objeto.

d) Velocidad promedio

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Donde:
$\bar{v}$ es la velocidad promedio.
v_1 velocidad 1.
v_2 velocidad 2.

6. Unidades y equivalencia

Unidades	Sistema Internacional	Sistema cegesimal de unidades
a	$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}^2} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$\frac{\text{centimetro}}{\text{segundo}^2} = \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$
v	$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{\text{centimetro}}{\text{segundo}} = \frac{\text{cm}}{\text{s}}$
d	$\text{metro} = \text{m}$	$\text{centimetro} = \text{cm}$
t	$\text{segundos} = \text{s}$	$\text{segundos} = \text{s}$

Tiempo (t)	Distancia (x)
1 año = 365 dia	1 km = 1000 m
1 dia = 24 h	1m = 100 cm
1 h = 60 min	1 cm = 10 mm
1 min = 60 s	1 in = 2,54 cm
1 s = 1000 ms	1 ft = 30,48 cm

Ejercicios resueltos:

1) Si un móvil inicia su movimiento con una rapidez de 20 m/s y acelera a razón de 4 m/s², Calculamos su rapidez luego de 3 s. (expresar el resultado en km/h).

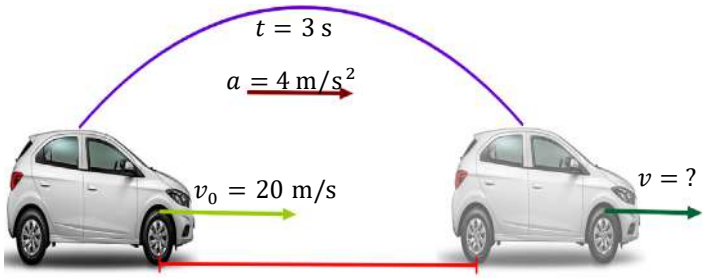
Datos:

$v_0 = 20\ \text{m/s}$

$a = 4\ \text{m/s}^2$

$t = 3\ \text{s}$

$v = ?$



Calculando v

$$20\frac{\text{h}}{\text{s}} \times \frac{1\text{km}}{1000\ \text{m}} \times \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 72\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v = v_0 + at$$

Remplazando valores

$$v = 20\frac{\text{m}}{\text{s}} + 4\frac{\text{m}}{s^2} \cdot 3\ \text{s}$$

$$v = 20\frac{\text{m}}{\text{s}} + 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 240\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2) Si el atleta tarda 0,33 minutos para ir desde A hasta B, ¿Cuál es el módulo de la aceleración?

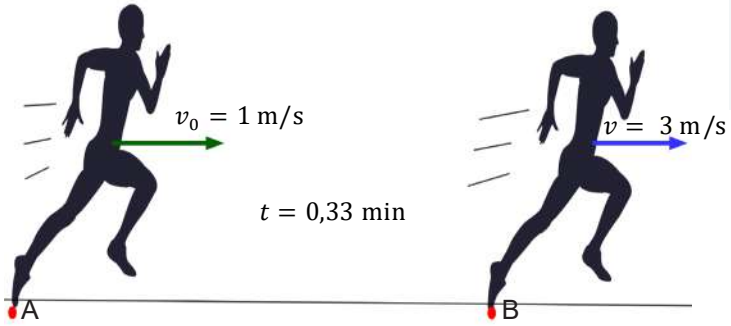
Datos:

$v_0 = 1\ \text{m/s}$

$a = ?$

$t = 0{,}33\ \text{min}$

$v = 3\ \text{m/s}$



Conversión:

$$0{,}33\ \text{min} \times \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 20\ \text{s}$$

Calculando la aceleración a

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Remplazando valores

$$a = \frac{3\frac{\text{m}}{\text{s}} - 1\frac{\text{m}}{\text{s}}}{20\ \text{s}}$$

$$a = \frac{2\ \text{m/s}}{20\ \text{s}}$$

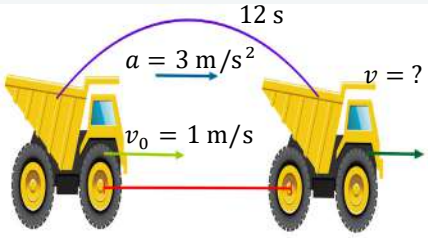
$$a = 0{,}1\ \text{m/s}^2$$

Fuente:https://correodelsur.com/deporte/20220725/hector-garibay-flores-pulmon-del-atletismo-boliviano.html

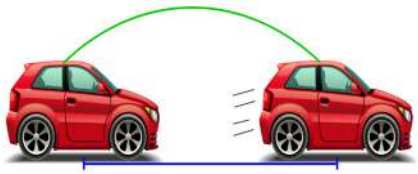
Problemas propuestos

Resolvemos los siguientes problemas:

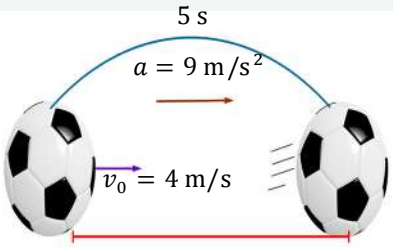
1) *Calculamos el módulo de la velocidad final (v). (Expresamos en* Km/h).



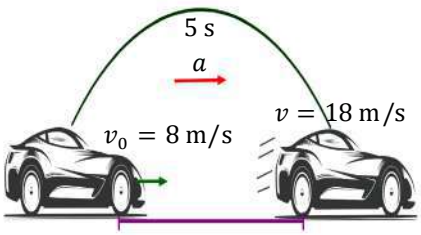
2) *¿Qué velocidad inicial debería tener un móvil cuya aceleración es de* 5 m/s² *, para alcanzar una velocidad de* 84 m/s *a los* 0,5 min *de su partida?*



3) *Si una pelota, que desarrolla un MRUV parte con una velocidad de* 4 m/s *y una aceleración de* 9 m/s² *, calcular la distancia (en* Km) *que recorrerá en un tiempo de* 5 s.



4) Calculamos la aceleración (a) y su distancia recorrida (d).



5) Con el taco se golpea una bola de billar que estaba en reposo. Si la bola sale despedida con una rapidez de 3 m/s, *calculemos la duración del golpe, de modo que la bola experimente una aceleración de* 15 m/s².

Velocidad del sonido

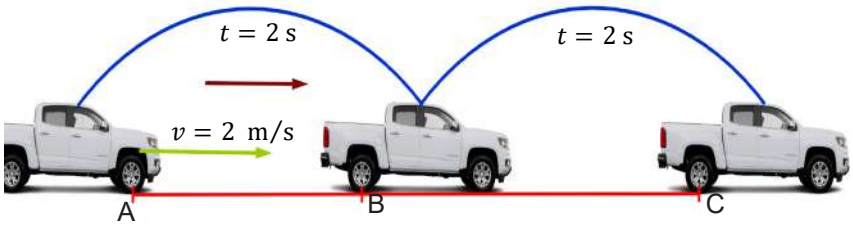
Un dato interesante sobre la velocidad del sonido es que no es constante y varía dependiendo del medio por el que se propaga. En el aire, a temperatura ambiente (20°C), la velocidad del sonido es de 343 m/s. En el agua (25 °C), la velocidad del sonido es mayor comparado con la del aire, alrededor de 1,484 m/s, en el acero alcanza 5,960 m/s y en el vidrio 4560 m/s.

Esto ocurre porque la velocidad del sonido depende de las propiedades del medio, como la densidad y la elasticidad. En general, el sonido viaja más rápido en medios más densos y con mayor rigidez. Esta variación tiene aplicaciones interesantes, como en la detección submarina con sonar, donde se utiliza la mayor velocidad del sonido en el agua para localizar objetos a grandes distancias. También es clave en la aviación, donde superar la velocidad del sonido en el aire se conoce como "romper la barrera del sonido", produciendo un fenómeno llamado "boom sónico".

Fuente:https://www.20minutos.es/tecnologia/actualidad/china-crea-un-motor-de-queroseno-para-que-los-aviones-vuelen-a-11-000-km-h-5079132/

Fuente:https://medium.com/@AirPra/unveiling-the-spectrum-subsonic-to-hypersonic-velocity-e8b8330d4da7

3) Encontremos la distancia que recorre el móvil de "A" hacia "C".



Datos:

$x = ?$

$t = 2$ s

$a = 3\ \text{m/s}^2$

$v = 2\ \text{m/s}$

Utilizando la ecuación de desplazamiento

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

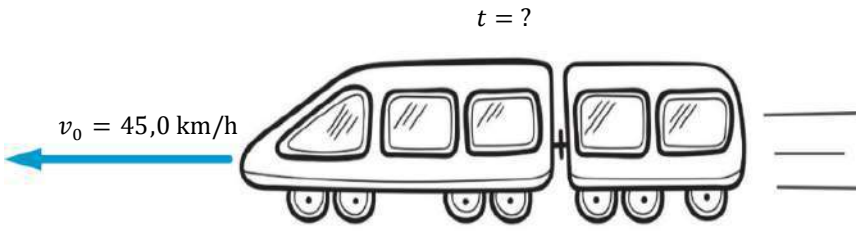
Remplazando valores

$$x = 2\ \text{m/s} \cdot 2\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 3\ \text{m/s}^2 \cdot (2\ \text{s})^2$$

$$x = 4\ \text{m} + \frac{12}{2}\ \text{m}$$

$$x = 10\ \text{m}$$

4) Un tren que viaja sobre rieles rectos tiene una velocidad inicial de 45,0 km/h. se aplica una aceleración uniforme de 1,5 m/s² conforme el tres recorre 200,0 m a) ¿Cuál es la velocidad del tren al final de este desplazamiento? b) ¿Cuánto tiempo le tomó al tren recorrer los 200,0 m?.



Datos:

$v_0 = 45{,}0\ \text{km/h}$

$a = 1{,}5\ \text{m/s}^2$

$x = 200{,}0\ \text{m}$

$v = ?$

$t = ?$

a) Calculando la velocidad final v

$$v^2 = {v_0}^2 + 2ax$$

Despejando la velocidad v de la ecuación:

$$v = \sqrt{{v_0}^2 + 2ad}$$

Remplazando valores

$$v = \sqrt{(12{,}5\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 1{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 200\ \text{m}}$$

$$v = \sqrt{156{,}25\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 600\ \text{m}^2/\text{s}^2} = 27{,}5\ \text{m/s}$$

5) Calculando el tiempo t que el tren recorre 200 m. Utilizando la ecuación de la velocidad final relacionada con el tiempo.

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

Reemplazamos valores

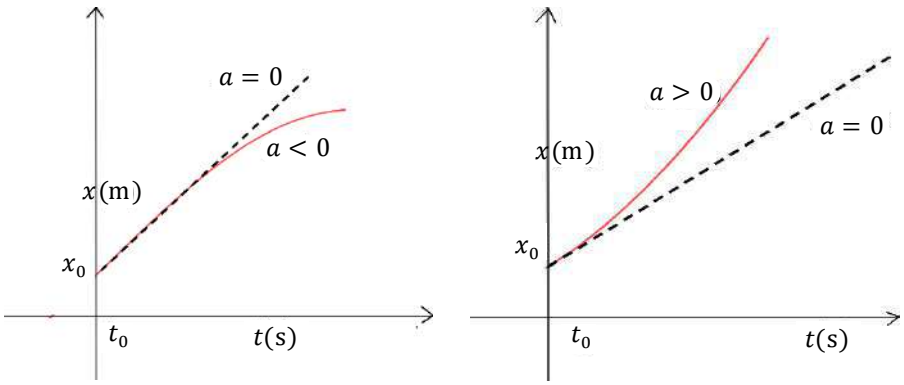
$$t = \frac{27{,}5\ \text{m/s} - 12{,}5\ \text{m/s}}{1{,}5\ \text{m/s}^2} = 10\ \text{s}$$

6. Representación gráfica del MRUV

La representación gráfica del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV) se realiza generalmente en dos tipos de gráficos: uno de velocidad vs. tiempo, posición vs. tiempo y aceleración vs tiempo.

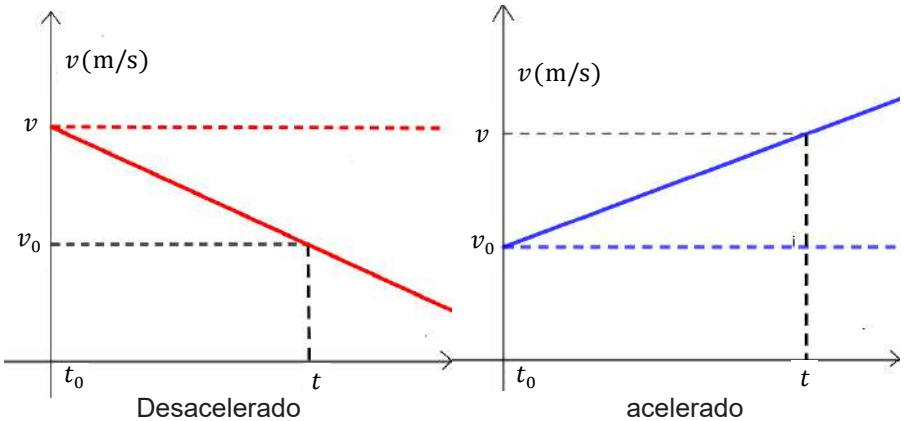
a) Posición vs. tiempo

La gráfica de posición frente al tiempo en un movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.) muestra el tiempo en el eje horizontal (eje x) y la posición en el eje vertical (eje y). En esta representación, se observa cómo la posición (generalmente la coordenada x) cambia de manera no constante a medida que transcurre el tiempo. Hay dos casos cuando la aceleración es positiva y otra cuando la aceleración es negativa (desaceleración).



b) Velocidad vs. tiempo

La gráfica velocidad-tiempo en un movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.) muestra el tiempo en el eje horizontal (eje x) y la velocidad en el eje vertical (eje y). En esta gráfica, se puede ver cómo la velocidad aumenta o disminuye de manera constante a lo largo del tiempo. Hay dos casos cuando la aceleración es positiva y otra cuando la aceleración es negativa (desaceleración).



Desacelerado acelerado

La pendiente aceleración es:

$$tan\theta = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \rightarrow \tan\theta = a$$

La pendiente de la recta representa la aceleración, así que, cuanto más inclinada sea la recta, mayor será la aceleración del cuerpo.

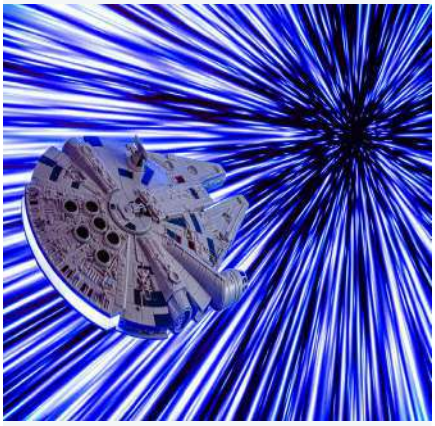
Velocidad Relativista

La velocidad relativista se refiere al concepto en física donde la velocidad de un objeto se aproxima a una fracción significativa de la velocidad de la luz, que es aproximadamente 299 792 458 m/s. En este régimen, las leyes de la física clásica de Newton dejan de ser aplicables y deben considerarse los efectos descritos por la teoría de la relatividad especial de Albert Einstein.

A medida que un objeto se acerca a la velocidad de la luz, el tiempo para ese objeto, en comparación con un observador en reposo, se "ralentiza". Esto significa que el tiempo pasa más lentamente para el objeto en movimiento rápido.

Desde la perspectiva de un observador externo, el objeto que se mueve a una velocidad relativista parecerá acortarse en la dirección de su movimiento.

Estos efectos se vuelven extremadamente significativos solo a velocidades cercanas a la velocidad de la luz. Por ejemplo, para un objeto que viaja al 90% de la velocidad de la luz, el tiempo medido en ese objeto se dilataría y la longitud del objeto se contraería significativamente desde el punto de vista de un observador en reposo.



Fuente:https://www.xataka.com/investigacion/solo-hemos-visto-efecto-cuantico-unruh-ciencia-ficcion-ahora-mit-tiene-plan-para-cazarlo/

Movimiento perpetuo

Una máquina de movimiento perpetuo es un dispositivo hipotético que podría operar indefinidamente sin recibir energía externa y sin experimentar pérdidas de energía. En teoría, esta máquina sería capaz de realizar trabajo de manera continua, generando más energía de la que consume o manteniendo su movimiento sin necesidad de un suministro constante de energía. Esta idea ha sido fascinante para inventores y científicos a lo largo de la historia, ya que podría ofrecer una fuente inagotable de energía.

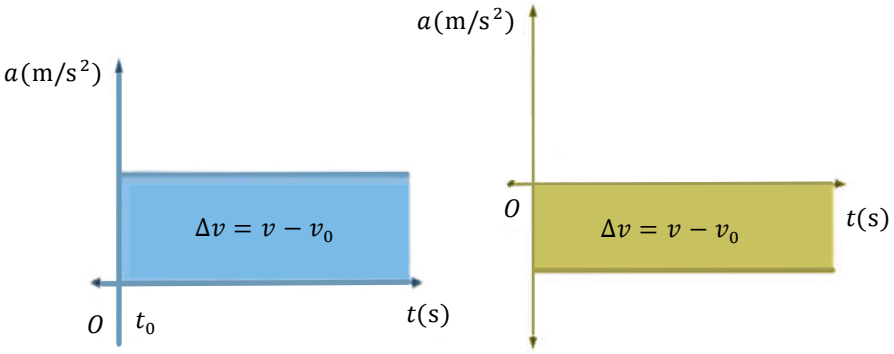
Existen dos tipos principales de máquinas de movimiento perpetuo. Las de primera especie intentan violar la primera ley de la termodinámica, que establece que la energía no se puede crear ni destruir, solo transformarse. Estas máquinas pretenden producir energía indefinidamente sin ninguna entrada de energía, lo cual es imposible según las leyes físicas. Las de segunda especie violarían la segunda ley de la termodinámica, que establece que la entropía, o el desorden en un sistema cerrado, siempre aumenta.

Estas máquinas pretenderían convertir toda la energía de un sistema en trabajo útil, sin pérdidas debidas al calor u otros factores. Todos las maquinas que se han fabricado siempre tienen fricción, perdida de energía en forma de calor o eficiencia del tiempo. Por lo que, una máquina de movimiento perpetuo es difícil que funcione bajo las leyes de la física.

Fuente:https://www.amazon.com/-/es/Kinetic-Art-movimiento-escritorio-equilibrio/dp/B09YNQKYFK

c) Aceleración vs. tiempo

La gráfica aceleración-tiempo (a vs t) para un movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) indica que la aceleración se mantiene constante en el tiempo. Esta aceleración es la media, que en el caso del MRUV es igual a la aceleración instantánea. Nuevamente, podemos diferenciar dos situaciones:



Ejercicios resueltos:

1) Un objeto que posee una aceleración constante de $5\ \mathrm{m/s^2}$. Su velocidad se incrementa en $5\ \mathrm{m/s}$ cada segundo, con una v_0=20 m/s en t_0=0 s. Entonces su rapidez para diferentes tiempos será

Datos:

$a = 5\ \mathrm{m/s}^2$

$\Delta v = 5\ \mathrm{m/s}$

$v_0 = 20\ \mathrm{m/s}$

$t = 1\ \mathrm{s}$

Calculando la variación de velocidad Δv

$$\Delta v = v_1 - v_0$$

$$\Delta v = 25\ \mathrm{m/s} - 20\ \mathrm{m/s}$$

$$\Delta v = 5\ \mathrm{m/s}$$

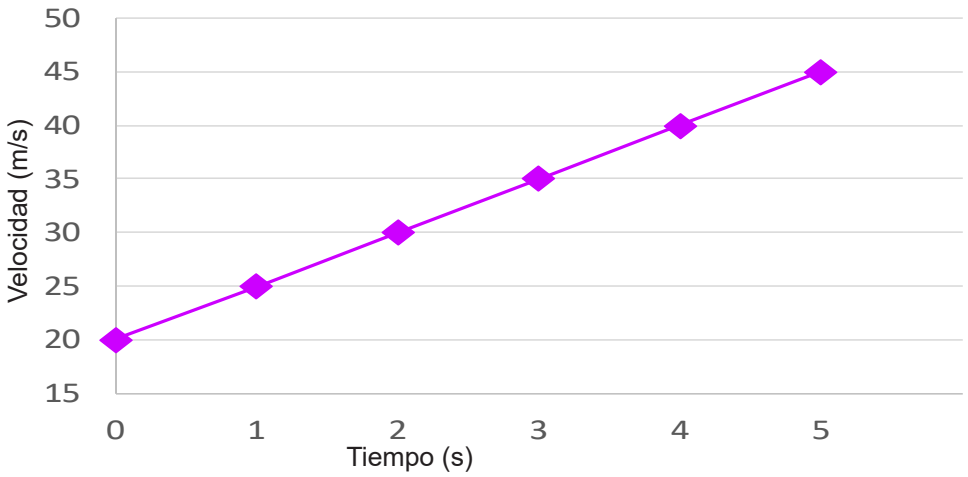
Calculando la aceleración a

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$

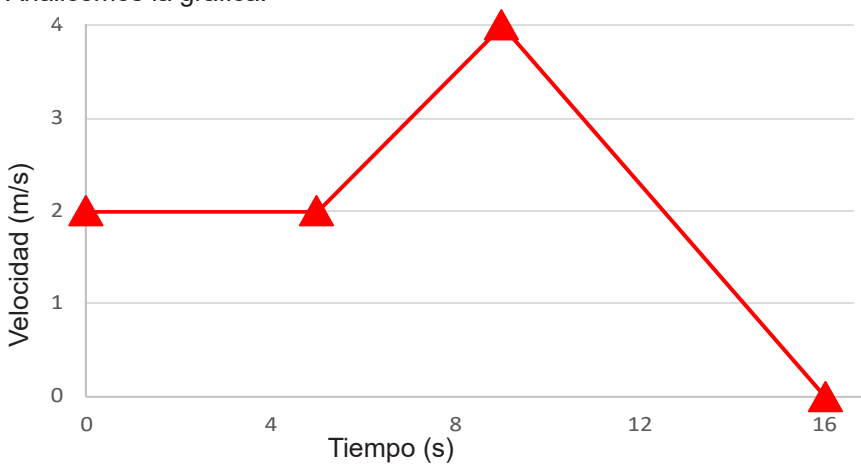
$$a = \frac{25\ \mathrm{m/s} - 20\ \mathrm{m/s}}{1\ \mathrm{s} - 0}$$

$$a = 5\ \mathrm{m/s^2}$$

$v(\mathrm{m/s})$	$t(\mathrm{s})$
20	0
25	1
30	2
35	3
40	4
45	5



2) En la figura se muestra la velocidad de la partícula en función del tiempo. Analicemos la gráfica.



Primer tramo: Entre 0 y 5 segundos, existe MRU. Por lo tanto, se calcula la distancia x_1.

$$x_1 = v_1 t$$

$$x_1 = 2\ \text{m/s} \cdot 5\ \text{s} = 10\ \text{m}$$

Segundo tramo: Entre 5 y 9 segundos, existe MRUV. Por lo tanto, se calcula la distancia x_2.

Calculando a

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{4\ \text{m/s} - 2\ \text{m/s}}{9\ \text{s} - 5\ \text{s}}$$

$$a = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

Calculando x_2

$$x_2 = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_2 = 2\,\text{m/s} \cdot 4\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot (4\ \text{s})^2$$

$$x_2 = 12\ \text{m}$$

Tercer tramo: Entre 9 y 16 segundos, existe MRUV. Por lo tanto, se calcula la distancia x_3.

Calculando a

$$a = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2}$$

$$a = \frac{0 - 4\ \text{m/s}}{16\ \text{s} - 9\ \text{s}}$$

$$a = -0{,}57\ \text{m/s}^2$$

Calculando x_3

$$x_3 = v_2 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_3 = 4\,\text{m/s} \cdot 7\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}57\ \text{m/s}^2 \cdot (7\ \text{s})^2$$

$$x_3 = 14\ \text{m}$$

Calculando la distancia total:

$$x_T = x_1 + x_2 + x_3$$

$$x_T = 10\ \text{m} + 12\ \text{m} + 14\ \text{m}$$

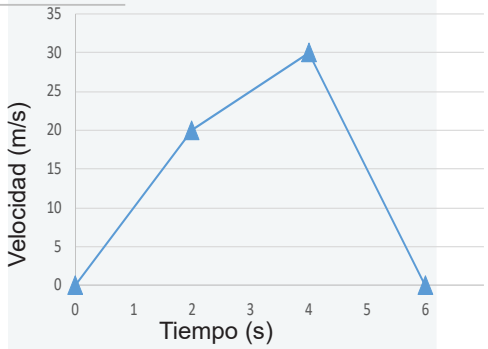
$$x_T = 36\ \text{m}$$

Actividad

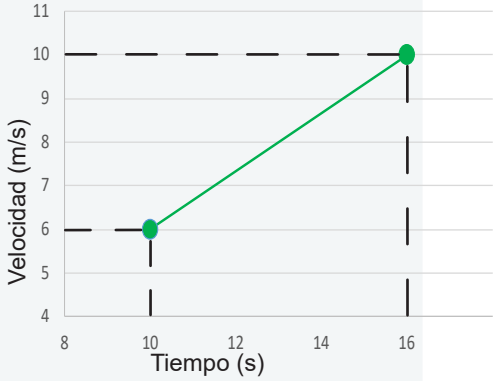
Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1) Un móvil que posee una aceleración constante de 10 m/s². Su velocidad se incrementa 10 m/s cada segundo, con una v_0 = 0 en t_0= 0 s. Entonces la rapidez de ambos para diferentes tiempos serán:

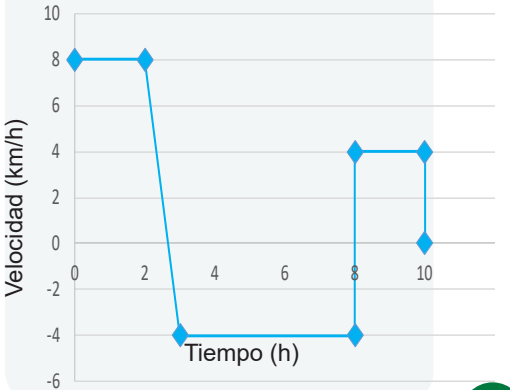
2) La gráfica representa la velocidad de una partícula, en función del tiempo. Analicemos la misma.



3) En la siguiente gráfica v vs t encontremos la distancia que recorre un automóvil.

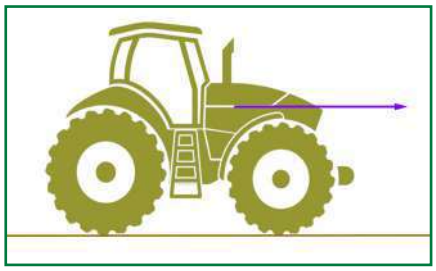


4) En la gráfica v vs t que se muestra a continuación, hallemos el módulo de la velocidad media y la rapidez media para todo el recorrido.



Objetos que pueden tener un comportamiento parecido al de la grafica

Automóvil



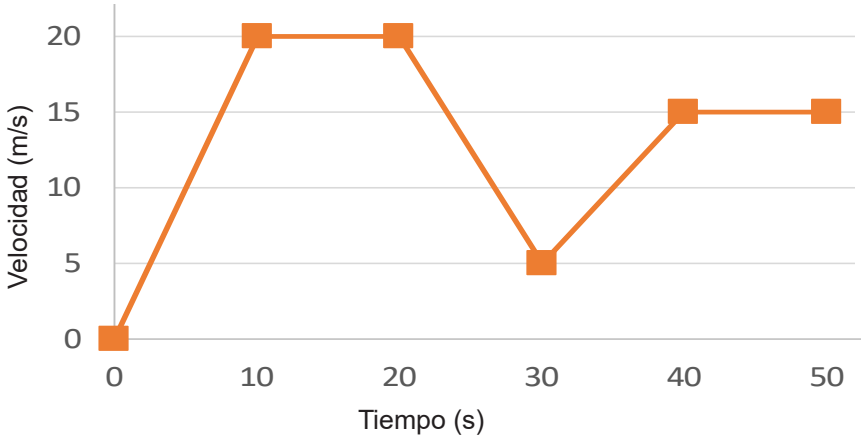
Tractor

Ciclista

Fuente:https://flightdemy.com/es/blog/role-of-physics-in-aviation

Avión

3) En la siguiente gráfica se muestra la velocidad en función del tiempo de un objeto que parte del reposo. Determinar el desplazamiento total:



Primer tramo: Entre 0 y 10 segundos. Por lo tanto, se calcula la distancia x_1.

Calculando a

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$

$$a = \frac{20\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{10\ \text{s} - 0\ \text{s}}$$

$$a = 2\ \text{m/s}^2$$

Calculando x_1

$$x_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot 2\ \text{m/s}^2 \cdot (10\ \text{s})^2$$

$$x_1 = 12\ \text{m}$$

Segundo tramo: Entre 10 y 20 segundos, existe MRU. Por lo tanto, se calcula la distancia x_2.

Calculando x_2

$$x_2 = v_2(t_2 - t_1)$$

$$x_2 = 20\ \text{m/s} \cdot (20\ \text{s} - 10\ \text{s})$$

$$x_2 = 200\ \text{m}$$

Tercer tramo: Entre 20 y 30 segundos, existe MRUV. Por lo tanto, se calcula la distancia x_3.

Calculando a

$$a = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2}$$

$$a = \frac{5\ \text{m/s} - 20\ \text{m/s}}{30\ \text{s} - 20\ \text{s}}$$

$$a = -1{,}5\ \text{m/s}^2$$

Calculando x_3

$$x_3 = v_2 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_3 = 20\,\text{m/s} \cdot 10\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 1{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot (10\ \text{s})^2$$

$$x_3 = 125\ \text{m}$$

Cuarto tramo: Entre 30 y 40 segundos, existe MRUV. Por lo tanto, se calcula la distancia x_4.

Calculando a

$$a = \frac{v_4 - v_3}{t_4 - t_3}$$

$$a = \frac{15\ \text{m/s} - 5\ \text{m/s}}{40\ \text{s} - 30\ \text{s}}$$

$$a = 1\ \text{m/s}^2$$

Calculando x_4

$$x_4 = v_3 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_4 = 5\,\text{m/s} \cdot 10\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 1\ \text{m/s}^2 \cdot (10\ \text{s})^2$$

$$x_4 = 100\ \text{m}$$

Calculando la distancia total:

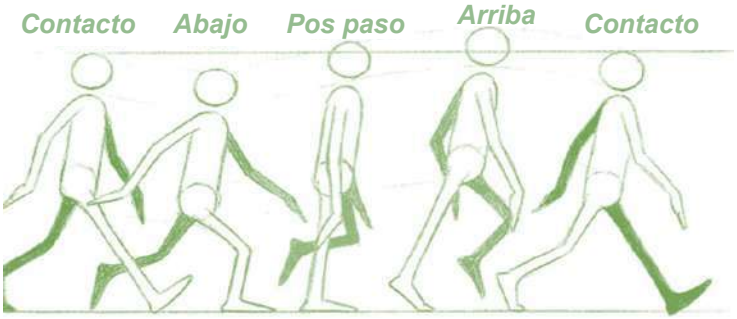
$$x_T = x_1 + x_2 + x_3 = 12\ \text{m} + 200\ \text{m} + 125\ \text{m} + 100\ \text{m}$$

7. Aplicación del MRUV en la vida real

Tráfico vehicular, cuando un automóvil acelera o desacelera en una carretera recta, está experimentando un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV). Este fenómeno es crucial para el diseño de sistemas de seguridad en vehículos, como los cinturones de seguridad y los airbags, que deben activarse y funcionar de manera efectiva para proteger a los ocupantes en caso de una colisión. Los ingenieros automotrices utilizan los principios del MRUV para calcular las fuerzas que actúan sobre los ocupantes durante un accidente y diseñar dispositivos que minimicen el riesgo de lesiones.

https://eju.tv/2015/04/santa-cruz-autoridades-pretenden-reordenar-trafico-vehicular/

Cinemática en películas y animaciones, en la industria del cine y la animación, la representación realista del movimiento es esencial para crear experiencias visuales convincentes. Los movimientos de personajes y objetos en escenas animadas se controlan mediante algoritmos que incorporan los principios del MRUV, asegurando que las velocidades y aceleraciones sean coherentes con las leyes físicas del mundo real. Esto permite a los animadores diseñar secuencias de acción que no solo son visualmente atractivas, sino también físicamente plausibles.



Fuente: https://co.pinterest.com/pin/173670129361396786/

Diseño de montañas rusas, los diseñadores de montañas rusas emplean los conceptos del MRUV para crear experiencias emocionantes y seguras para los pasajeros. Al calcular las velocidades, aceleraciones y fuerzas en cada tramo del recorrido, los ingenieros pueden diseñar curvas, pendientes y caídas que maximicen la emoción mientras garantizan la seguridad. El MRUV ayuda a predecir las fuerzas que los pasajeros experimentarán en diferentes puntos, lo que es vital para evitar excesos que podrían causar incomodidad o peligro.

Fuente: https://www.freepik.es/fotos-vectores-gratis/sombras-monta%C3%B1a-rusa/6

Instrumentos para medir la aceleración

***Acelerómetro**, son los dispositivos más comunes para medir la aceleración. Pueden ser mecánicos, piezoeléctricos o capacitivos. Los acelerómetros miden la aceleración en una o varias direcciones y son ampliamente utilizados en dispositivos móviles, vehículos, y aplicaciones industriales.*

https://www.pce-instruments.com/espanol/instrumento-medida/medidor/vibrometro-pce-instruments-vibr_metro-pce-vm-5000-ica-incl.-certificado-de-calibraci_n-iso-det_5952492.htm

***Giroscopios**, miden la rotación angular, en combinación con acelerómetros, pueden utilizarse para calcular la aceleración lineal en sistemas de navegación inercial.*

Fuente:https://revistacomofunciona.es/como-desafia-la-gravedad-el-giroscopio/

***Dinamómetros**, si bien los dinamómetros miden la fuerza, conociendo la masa de un objeto, se puede calcular la aceleración utilizando la segunda ley de Newton.*

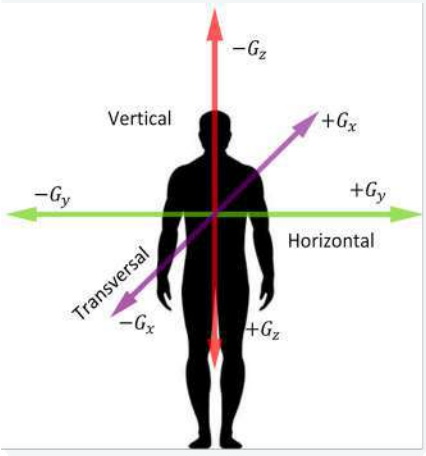
Fuente:https://www.amazon.in/LiebeWH-Measurement-Dynamometer-Mechanical-Experiment/dp/B0BL75BDW6

El Límite de aceleración humana

El cuerpo humano tiene un límite en cuanto a la aceleración que puede soportar sin sufrir efectos adversos. Este límite es particularmente relevante en situaciones donde las personas experimentan aceleraciones significativas, como en simuladores de vuelo, montañas rusas, y durante maniobras extremas en avión. La aceleración se mide en términos de "g", donde 1g es la aceleración debida a la gravedad terrestre.

En un MRUV, si la aceleración es muy alta, el cuerpo humano puede experimentar fuerzas que se sienten mucho mayores que su propio peso.es de combate.

Usando la aceleración en la misma dirección que la gravedad (por ejemplo, durante una caída libre en una montaña rusa), el cuerpo experimenta un aumento en la presión sanguínea en la cabeza, lo que puede llevar a una pérdida de conciencia si la fuerza es demasiado alta. La aceleración lateral (de lado a lado) puede causar efectos incómodos y desorientación, ya que el cuerpo humano está menos adaptado para resistir aceleraciones laterales extremas. La aceleración transversal que puede sentir una persona al momento en el que despega un avión puede generar los órganos internos se muevan en esa dirección con respecto al esqueleto.



Diseño de frenos en vehículos, el desarrollo de sistemas de frenado eficientes y seguros depende en gran medida de la comprensión del MRUV. Los ingenieros de automóviles aplican estos conceptos para diseñar frenos que puedan detener un vehículo de manera controlada y en la menor distancia posible, sin comprometer la estabilidad del vehículo. Al conocer cómo varía la velocidad del automóvil bajo una aceleración negativa constante, se pueden optimizar los componentes del sistema de frenado para responder eficazmente en situaciones de emergencia.

Fuente: https://www.procolor.com/es-us/servicio/alineacion-de-ruedas/

Física de deportes, el MRUV tiene una gran relevancia en el análisis y la optimización del rendimiento en diversos deportes, como el atletismo, la natación y el ciclismo. En estos deportes, la aceleración y la velocidad son factores críticos para lograr un desempeño óptimo. Entrenadores y atletas utilizan los principios del MRUV para mejorar la eficiencia en la salida, el sprint y la frenada, ajustando las técnicas de entrenamiento para maximizar la aceleración y minimizar el tiempo necesario para alcanzar la velocidad máxima.

Fuente: https://www.late.com.bo/hegemonia-boliviana-en-el-grand-prix-mario-paz/

VALORACIÓN

La geolocalización utilizando MRUV (Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado) se puede aplicar para rastrear la posición de un objeto en movimiento en línea recta con aceleración constante en un contexto de navegación o seguimiento de vehículos. En este caso, la geolocalización se utiliza para determinar la ubicación exacta de un objeto en movimiento en función del tiempo y su aceleración constante.

El objeto en movimiento actualiza su posición en tiempo real mediante la ecuación del MRUV y combina estos datos con el GPS para obtener coordenadas geográficas precisas.

Fuente:https://academia.crandi.com/wp-content/uploads/2020/06/271350-P5KGCU-908.jpg

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Qué factores externos podrían afectar la precisión del sistema de geolocalización basado en MRUV y GPS?
- ¿Por qué es importante usar coordenadas geográficas (latitud y longitud) junto con la física del MRUV?
- ¿Cómo crees que el MRUV aplicado a la geolocalización puede ser útil en áreas diferentes al transporte, como rescates o logística?

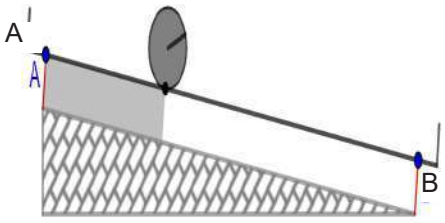
PRODUCCIÓN

Explorando la física del MRUV: El Plano Inclinado

Materiales:
Un plano inclinado (puede ser una tabla inclinada o un objeto con una superficie inclinada), un objeto pequeño y denso, como una bola de metal, una regla o cinta métrica, un cronómetro o reloj con función de cronometraje y un marcador para hacer anotaciones.

Fuente:http://www.fisica-interessante.com/biografia-galileu-galilei.html

- Colocamos el plano inclinado en una superficie plana y nivelada.
- Nos aseguramos de que el plano inclinado esté en posición estable y que la superficie inclinada sea lisa y libre de obstrucciones.
- Colocamos la regla o cinta métrica a lo largo del plano inclinado para medir la distancia que recorrerá el objeto.
- Sujetamos el objeto en la parte superior del plano inclinado, asegurándote de que esté en reposo antes de soltarlo.
- Iniciamos el cronómetro en el momento en que sueltas el objeto.
- Observamos y registremos el tiempo que tarda el objeto en recorrer la distancia completa a lo largo del plano inclinado.
- Medimos la distancia que recorrió el objeto en el plano inclinado utilizando la regla o cinta métrica.
- Registramos los datos experimentales analíticos en la siguiente tabla.



N°	Distancia (m)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	t_4(s)	Tiempo promedio t (s)	Velocidad instantánea (m/s)	Aceleración (m/s^2)
1								
2								
3								
4								

MOVIMIENTO VERTICAL COMO FENÓMENO GRAVITACIONAL

PRÁCTICA

El movimiento vertical es un fenómeno físico que experimentamos cotidianamente sin pensarlo. “vertical” implica que el movimiento ocurre de arriba hacia abajo o viceversa.

Materiales:
- Hoja de papel
- Lápiz, bolígrafo y marcador
- Borrador
- Cuaderno

Procedimiento:
- Escogemos dos objetos que tengan distinto peso.
- Desde una misma altura dejemos caer los dos objetos al mismo tiempo.
- Repitamos el anterior procedimiento en el cual dejamos caer los objetos al mismo instante unas 3 veces.
- Intentemos este experimento con una combinación con diferentes objetos.

Una hoja plana cae más lento debido a la resistencia del aire, mientras que una hoja arrugada cae a la misma velocidad que un marcador, porque su forma arrugada reduce la resistencia del aire, permitiendo que ambos objetos tengan una velocidad de caída similar.

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:
- ¿Qué importancia tiene la resistencia del aire en este experimento?
- ¿Por qué los objetos con diferente peso caen al mismo tiempo si se dejan caer desde la misma altura?
- ¿Qué observamos cuando dejamos caer un lápiz y un marcador al mismo tiempo? ¿Caen a la misma velocidad? ¿Por qué?

TEORÍA

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) fue un matemático y físico italiano que realizó contribuciones fundamentales en varias áreas de la ciencia, especialmente en el desarrollo de la mecánica analítica o mecánica lagrangiana. La mecánica lagrangiana es una reformulación de la mecánica clásica que se basa en el principio de mínima acción y utiliza la energía del sistema para describir el movimiento, en lugar de las fuerzas, como en las leyes de Newton.

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

1. Características del movimiento vertical

Es un fenómeno físico y fundamental, que ocurre cuando un objeto se mueve bajo la influencia exclusiva de la gravedad sin ninguna resistencia del aire u otras fuerzas que lo alteren significativamente, considerando las siguientes características:

1.1. Aceleración constante

La aceleración constante de un cuerpo en caída libre se llama aceleración debida a la gravedad, y denotamos su magnitud con la letra g. Este valor de la gravedad varía según la ubicación que se esté en la Tierra. El valor que se utiliza para g es de:

$$g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

1.2. Dirección del movimiento

El término “vertical” indica que el movimiento ocurre en la dirección perpendicular a la superficie terrestre, ya sea hacia arriba (cuando el objeto es lanzado) o hacia abajo (cuando cae).

1.3. Velocidad variable

En caída libre, la velocidad de un objeto cambia con el tiempo. Si el objeto se deja caer, su velocidad aumenta (movimiento acelerado hacia abajo). Si el objeto es lanzado hacia arriba, su velocidad disminuye hasta que se detiene en el punto más alto, y luego comienza a caer.

1.4. Posición dependiente del tiempo

La posición vertical de un objeto varía con el tiempo según las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado.

1.5. Simetría en lanzamientos verticales

En un lanzamiento vertical hacia arriba, el tiempo que tarda el objeto en alcanzar su altura máxima es el mismo que tarda en regresar al punto de lanzamiento. Además, la velocidad con la que regresa es igual a la velocidad con la que fue lanzado, pero en dirección opuesta.

1.6. Tiempo de caída

El tiempo que un objeto tarda en caer desde una altura dada depende únicamente de la altura y la aceleración gravitatoria, y no de su masa o forma (si se ignora la resistencia del aire).

1.7. Resistencia vertical

Cuando un objeto desciende o asciende, el aire puede generar una resistencia que ralentiza su movimiento. Sin embargo, usualmente ese valor es despreciable al momento de resolver problemas.

2. La aceleración de la gravedad

La aceleración de la gravedad escribe la fuerza que atrae todos los objetos hacia el centro de la Tierra y es quien genera la caída libre de los objetos. Aproximadamente, su valor promedio es de $9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Esto significa que un objeto en caída libre en la superficie de la Tierra aumentará su velocidad en $9{,}81\ \mathrm{m/s}$ cada segundo que cae.

La aceleración debida a la gravedad (g) en la Tierra no es constante, sino que varía ligeramente según la ubicación geográfica debido a varios factores: la altitud, la latitud y las irregularidades en la forma de la Tierra. A continuación, se presentan algunos ejemplos:

Lugar	Aceleración de la gravedad
Laboratorios de la carrera de Física (La Paz - Bolivia)	9,775
La Paz - Bolivia	9,763
Polo Norte	9,832
Polo Sur	9,832
Ecuador	9,780
Monte Everest	9,764
Nivel Del Mar	9,800
Ciudad de México	9,779
Buenos Aires - Argentina	9,798
California - Estados Unidos	9,793

Por lo tanto, según los datos presentados en la anterior tabla podemos entender que:

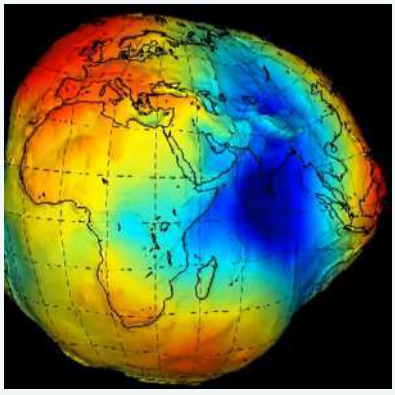
- Mayor gravedad en los polos debido a la proximidad al centro de la Tierra y la menor fuerza centrífuga.
- Menor gravedad en el ecuador y en grandes altitudes debido a la mayor distancia al centro de la Tierra y a la mayor velocidad de rotación en el ecuador.

Dato investigativo

El satélite GRACE que la NASA envió al espacio, fue posible generar un mapa sobre el planeta Tierra y sus dimensiones. La información recabada sirvió para enriquecer las hipótesis ya comprobadas sobre las dimensiones de nuestro planeta.

Las imágenes que mando el satélite sobre la forma el globo terráqueo, sirven para observar varias concentraciones de distintos colores y formas. Estas figuras representan la magnitud de la gravedad en esas regiones específicas. La distribución de la materia en la Tierra no es uniforme y equilibrada, por lo que tampoco lo es la gravedad.

De tal manera se comprobó que la zona con menor gravedad estaría próxima al Océano Índico, mientras que la mayor concentración se ubica cerca de Europa y el norte del Océano Atlántico. Nuestro planeta tiene forma elíptica, es decir, que no es una esfera perfecta ya que se encuentra más achatada en la zona de los polos. Según los científicos, esto se debe a la irregularidad de la superficie, la cual se eleva y disminuye según la topografía.



Fuente:https://billiken.lat/interesante/sabias-que-la-gravedad-en-la-tierra-no-es-igual-en-todos-lados/

Dato curioso

Júpiter es el planeta más grande del Sistema Solar, es su impresionante aceleración gravitatoria de $24{,}79\ m/s^2$, que es más del doble de la gravedad en la Tierra. Esto significa que si pudieras estar en su superficie (aunque no tiene una superficie sólida), sentirías tu peso más de 2,5 veces mayor que en la Tierra. Además, la enorme gravedad de Júpiter es clave para mantener su sistema de más de 75 lunas, incluido Ganímedes, que es la luna más grande del Sistema Solar. La gran masa de Júpiter le permite actuar como una especie de "escudo" gravitacional. Su enorme atracción gravitatoria desvía o captura cometas y asteroides que de otro modo podrían dirigirse hacia los planetas interiores, como la Tierra. Este papel es crucial para la estabilidad a largo plazo del Sistema Solar y ha sido uno de los factores que ha permitido que la vida en la Tierra prospere sin demasiadas colisiones catastróficas.

Varios programas espaciales han estudiado Júpiter. Entre ellos destacan las sondas Voyager 1 y 2, y la misión Galileo, que orbitó Júpiter durante 8 años (de 1995 a 2003). Actualmente, la misión Juno de la NASA está proporcionando imágenes y datos detallados sobre la atmósfera, el campo magnético y la composición interna de Júpiter.

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

También se presenta los valores de las aceleraciones de la gravedad de distintos planetas:

Lugar	Aceleración de la gravedad
Mercurio	3,700
Venus	8,870
Marte	3,710
Luna (Terrestre)	1,620
Júpiter	24,790
Saturno	10,440
Urano	8,690
Neptuno	11,150

3. Ecuaciones de caída libre

Las ecuaciones de caída libre son las mismas que se usaron en el tema de movimiento rectilíneo uniforme variado (MRUV), con la diferencia de reemplazar la distancia "x" por la altura "y", y aceleración "a" por la aceleración de la gravedad "g".

Las ecuaciones que se utilizan en el MRUV son:

$$x = v_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 \pm at$$

$$v^2 = v_0^2 \pm 2ax$$

Reemplazando y en x y g en a

$$y = v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = v_0 \pm gt$$

$$v^2 = v_0^2 \pm 2gy$$

Donde:
- v es la velocidad final
- v_0 es la velocidad inicial
- y es la altura
- t es el tiempo que un objeto se encuentra en el aire
- g es la aceleración de la gravedad

Para el uso de los signos:

(+) usa el signo positivo si el objeto cae.
(-) usar el signo negativo si el objeto sube.

Si se conoce el valor de la velocidad de lanzamiento hacia arriba, se pueden considerar los siguientes casos particulares:

3.1. Altura máxima

La altura máxima es el punto más alto que alcanza un objeto en su trayectoria durante un movimiento vertical, antes de comenzar a descender nuevamente. Esto es fundamental en la física del movimiento bajo la influencia de la gravedad, y se refiere al momento en que la velocidad vertical del objeto es cero, es decir, cuando el objeto deja de subir y comienza a caer.

$$y_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

3.2. Tiempo de subida

El tiempo de subida es el tiempo que tarda el objeto en alcanzar su altura máxima antes de detenerse momentáneamente y comenzar a descender. Para un objeto lanzado hacia arriba con una velocidad inicial v_0, el tiempo de subida (t_s) es el tiempo que tarda el objeto en alcanzar su velocidad final de $0\ \mathrm{m/s}$ (cuando la gravedad lo desacelera por completo). El tiempo de subida puede calcularse utilizando la siguiente ecuación:

$$t_s = \frac{v_0}{g}$$

3.3. Tiempo de vuelo

El tiempo de vuelo en un movimiento de caída libre se refiere al tiempo total que un objeto permanece en el aire, desde el momento en que es lanzado o soltado, hasta que regresa a la misma altura inicial o toca el suelo. El tiempo de vuelo ocurre en dos situaciones.

a) **Caída libre desde el reposo**, el objeto es soltado desde una cierta altura y y con una velocidad inicial de $v_0 = 0$. El tiempo de vuelo se calcula con la siguiente ecuación:

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

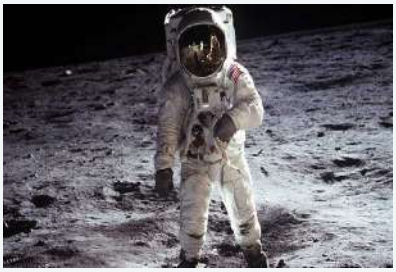
b) **Objeto lanzado verticalmente hacia arriba**, es el tiempo, que un objeto permanece en el aire, desde que es arrojado hasta regresar al mismo punto desde el cual fue lanzado, se puede representar con la ecuación:

$$t_{vuelo} = 2\frac{v_0}{g}$$

Fuente:https://cochabambabolivia.net/parques-recreativos/

Dato curioso

En 1969, durante la misión Apolo 11, el ser humano pisó por primera vez la Luna. Las imágenes y videos grabados por los astronautas en la superficie lunar no solo capturaron este evento histórico, sino que también ofrecieron evidencia directa de cómo la gravedad en la Luna es significativamente menor en comparación con la Tierra. La gravedad lunar es aproximadamente 1/6 de la terrestre, lo que significa que un objeto o una persona en la Luna pesaría mucho menos que en la Tierra. Esta diferencia en la fuerza gravitacional quedó claramente evidenciada en los movimientos de los astronautas, que podían saltar más alto y moverse con mayor facilidad, aunque de manera lenta debido a la menor gravedad. Un ejemplo visual claro es cómo los astronautas se desplazaban dando pequeños saltos en lugar de caminar como lo harían en la Tierra. En los videos también se observa otro fenómeno interesante: los objetos caen con la misma velocidad cuando son soltados desde la misma altura, independientemente de su masa. Este comportamiento es una manifestación del principio de Galileo, que establece que, en ausencia de resistencia del aire, todos los cuerpos caen al mismo ritmo bajo la influencia de la gravedad, sin importar su peso o composición.



Fuente:https://www.aarp.org/espanol/politica/historia/info-2019/fotos-aniversario-alunizaje-apolo-11.html

Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *Se deja caer una pelota desde una altura de 10,00 m. Encuentre el tiempo que tarda en llegar al suelo.*

2. *Desde el último piso del edificio más alto de Cochabamba, se deja caer un celular por accidente. Si la altura del edificio es de aproximadamente 70 m, ¿cuál es la velocidad con la que llega al piso de la planta baja?*

3. *Una señorita deja caer monedas en el pozo de los deseos y verifica que tardan 5 s en llegar al fondo del pozo. ¿Cuál es la profundidad del pozo?*

4. *En una construcción, un albañil lanza un ladrillo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 2,5 m/s. Su objetivo es que lo atrape su compañero, quien se encuentra 7,0 m arriba de él. ¿El albañil conseguirá su objetivo?*

5. *Un objeto cae desde una altura de 80,6 m. ¿Cuál será su velocidad al momento de tocar el suelo?*

6. *En un helicóptero de carga, deja caer un paquete que lleva provisiones a una comunidad. Este paquete tarda 10 segundos en llegar al suelo. ¿Desde qué altura se soltó el paquete?¿Cuál es la velocidad con la que llega al suelo?*

7. *Se lanza una objeto verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s. a) ¿Cuál será la altura máxima que alcanza la pelota?*

Ejercicios resueltos:

1) Una pelota se lanza hacia arriba con velocidad inicial de 15 m/s calculemos:

a) La altura máxima a la que llega.
b) El tiempo de subida que tarda en llegar a esa altura.
c) Tiempo de vuelo.
d) La velocidad de regreso al punto del cual fue lanzado.

Datos:

$v_0 = 15{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

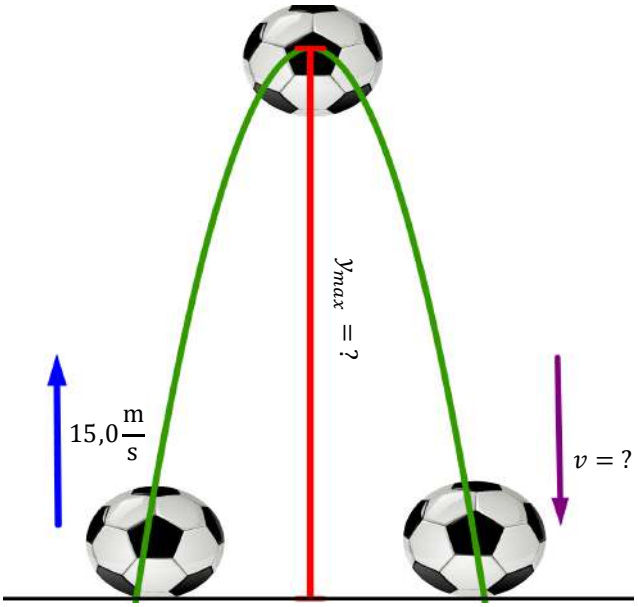
$g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{s^2}$

$y_{max} = ?$

$t_s = ?$

$t_{vuelo} = ?$

$v = ?$



a) Cálculo de la altura máxima:

$$y_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

$$y_{max} = \frac{(15{,}0\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m}/s^2}$$

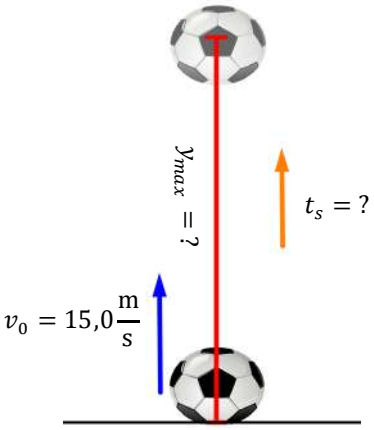
$$y_{max} = 11{,}5\ \text{m}$$

b) Cálculo del tiempo de subida:

$$t_s = \frac{v_0}{g}$$

$$t_s = \frac{15{,}0\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m}/s^2}$$

$$t_s = 1{,}5\ \text{s}$$

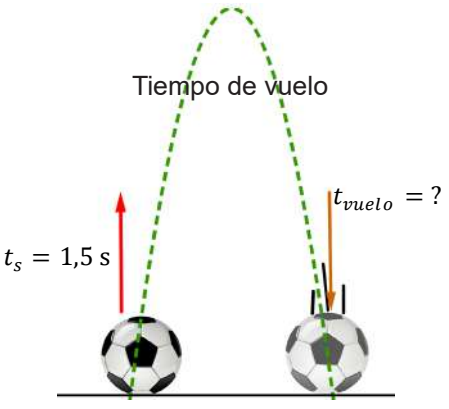


c) Cálculo del tiempo de vuelo:

$$t_{vuelo} = 2\frac{v_0}{g}$$

$$t_{vuelo} = 2 \cdot \frac{15{,}0\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m}/s^2}$$

$$t_{vuelo} = 3{,}0\ \text{s}$$



d) Velocidad de regreso:

$$v = v_0 + gt$$

$$v = 0 + (9{,}8\ \mathrm{m/s^2}) \cdot (1{,}5\ \mathrm{s})$$

$$v = 14{,}7\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cong 15\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

La velocidad final es la misma que la velocidad inicial.

2) De la terraza de un edificio se deja caer una maceta y cae al suelo después de 4,0 s.

a) Calculamos la altura del edificio.

b) ¿Cuál es la velocidad con la que impacta al suelo?

Datos:

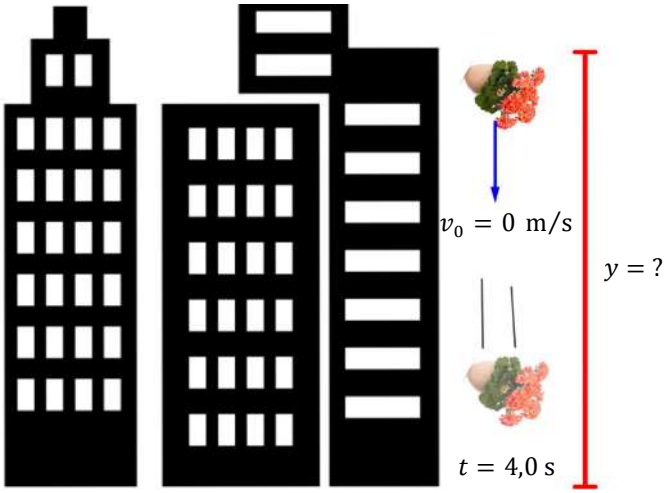
$v_0 = 0$ m/s

$t = 4{,}0$ s

$g = 9{,}8$ m/s^2

$y = ?$

$v = ?$



a) Calculamos la altura del edificio:

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 0 \cdot 4\ \mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m/s^2} \cdot (4\ \mathrm{s})^2$$

$$y = 78{,}4\ \mathrm{m}$$

b) Velocidad con la que llega al suelo:

$$v = v_0 + gt$$

$$v = 0 + (9{,}8\ \mathrm{m/s^2}) \cdot (4{,}0\ \mathrm{s})$$

$$v = 39{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

La maceta antes de impactar con el suelo tiene una velocidad de $39{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *¿Cuál es la aceleración que experimenta un objeto en caída libre cerca de la superficie de la Tierra?*
2. *Si una persona se encuentra más alejado de la superficie de la Tierra. ¿Esta persona sentirá una menor gravedad?*
3. *¿Depende la aceleración de la gravedad del peso o tamaño del objeto?*
4. *¿Qué sucede con la velocidad de un objeto en caída libre a medida que pasa el tiempo?*
5. *Si dejas caer dos objetos de diferentes masas desde la misma altura, ¿llegarán al suelo al mismo tiempo? ¿Por qué?*
6. *¿Qué factores afectan el tiempo que tarda un objeto en caer al suelo desde cierta altura?*
7. *¿Qué diferencia hay entre la velocidad y la aceleración de un objeto en caída libre?*
8. *¿Cómo puede interpretarse que un objeto se mueva a un metro sobre segundos al cuadrado?*
9. *¿Qué sucede con un objeto si lo lanzas hacia arriba? ¿Cuál será su aceleración mientras sube y luego cuando cae?*
10. *Si se deja caer un objeto desde una altura mayor, ¿cómo cambia el tiempo de caída y la velocidad al llegar al suelo?*

Dato curioso

El Rover Curiosity es un vehículo robótico de exploración enviado por la NASA a Marte en 2012 como parte de la misión Mars Science Laboratory. Su objetivo principal es investigar si el planeta alguna vez tuvo condiciones favorables para la vida, estudiando su clima, geología y buscando signos de agua pasada.

La llegada del Rover Curiosity a Marte implicó el uso de los principios de caída libre durante su descenso en la atmósfera marciana. A medida que el rover entraba en la atmósfera, comenzó a acelerar debido a la gravedad de Marte, que es menor que la de la Tierra (3,71 m/s²). Durante la caída, el Curiosity experimentó una reducción de velocidad gracias a un paracaídas y luego a retrocohetes, pero la gravedad seguía afectando su movimiento. Finalmente, el sistema de "Sky Crane" permitió un descenso controlado y seguro. El análisis de la caída libre fue clave para calcular tiempos, velocidades y asegurar un aterrizaje exitoso, adaptándose a las condiciones de menor gravedad y atmósfera más delgada de Marte. La llegada del Curiosity a Marte es un ejemplo impresionante de cómo el estudio de la caída libre y la dinámica del movimiento pueden aplicarse para explorar otros planetas.

Fuente: https://www.elconfidencial.com/tecnologia/2015-04-13/el-robot-curiosity-encuentra-evidencias-de-agua-liquida-en-marte_758881/

3) Un cohete es lanzado hacia arriba y alcanza la altura de 1400,0 m. ¿Cuál es la velocidad del cohete después de 7,0 segundos?

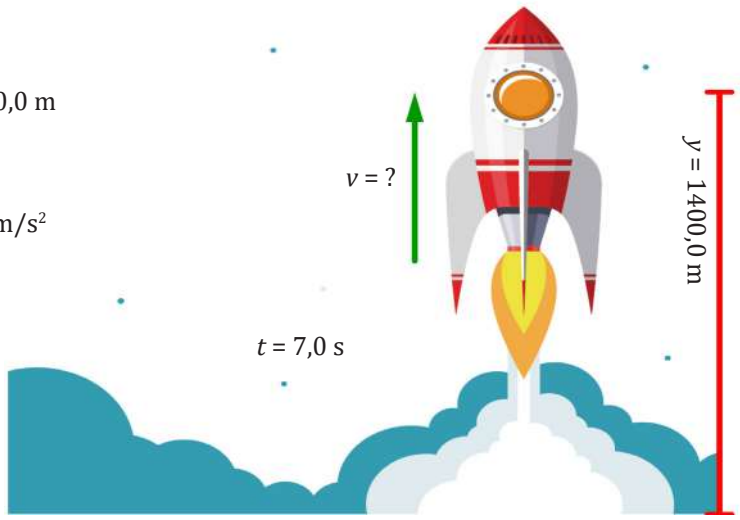
Datos:

$y = 1400{,}0$ m

$t = 7{,}0$ s

$g = 9{,}8$ m/s²

$v = ?$



Para determinar el valor de la velocidad inicial que tiene el cohete al momento en el que es lanzado, se utiliza la siguiente ecuación:

$$v^2 = {v_0}^2 - 2gy$$

$${v^2} + 2gy = {v_0}^2$$

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 2gy}$$

$$v_0 = \sqrt{(0\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{s^2} \cdot 1400{,}0\ \text{m}}$$

$$v_0 = 165{,}65\ \text{m/s}$$

Ahora para calcular la velocidad que alcanza el cohete después de 7 segundos, se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$v = v_0 - gt$$

$$v = 165{,}65\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\ \frac{\text{m}}{s^2} \cdot 7{,}0\ \text{s}$$

$$v = 97{,}1\ \text{m/s}$$

4) Desde el tercer piso de un edificio un estudiante suelta un cuaderno y cae al piso con velocidad de 20,0 m/s. ¿Desde qué altura descendió?

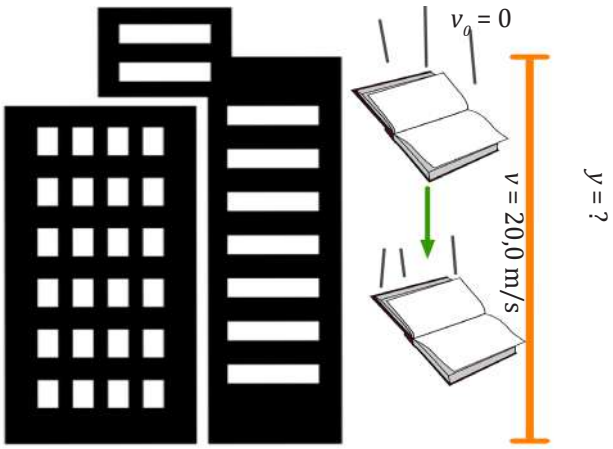
Datos:

$v_0 = 0$

$v = 20{,}0$ m/s

$g = 9{,}8$ m/s²

$y = ?$



Utilizamos la siguiente ecuación para calcular la altura con la que el libro cae del edificio:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2gy$$

Despejando la altura *y*

$$y = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2g}$$

Reemplazando valores:

$$y = \frac{(20{,}0\ \text{m/s})^2 - (0)^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$y = 20{,}4\ \text{m}$$

5) En un partido de baloncesto el árbitro lanza el balón hacia arriba para iniciar el juego ¿A qué velocidad debe saltar un jugador para elevarse 3,2 m sobre el suelo en un intento por atrapar el balón?

Datos:

$v = 0$

$g = 9{,}8\ m/s^2$
$y = 3{,}2\ m$
$v_0 = ?$

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

Calculamos la velocidad inicial que tiene el jugador de baloncesto para alcanzar el balón con la siguiente ecuación.

$$v^2 = {v_0}^2 - 2gy$$

Despejando la velocidad inicial de la ecuación.

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 2gy}$$

Reemplazando los valores correspondientes.

$$v_0 = \sqrt{(0)^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 3{,}2\ \text{m}}$$

$$v_0 = 5{,}6\ \text{m/s}$$

El jugador de baloncesto tiene una velocidad de $5{,}6\ \text{m/s}$ para alcanzar el balón.

Dato curioso

Un dato fascinante es que, para escapar de la gravedad de la Tierra y no volver a caer, un objeto necesita alcanzar una velocidad de escape. La velocidad de escape es la velocidad mínima que un objeto debe alcanzar para poder escapar completamente del campo gravitatorio de un planeta o cuerpo celeste sin necesidad de seguir acelerando. En otras palabras, es la velocidad que permite que el objeto supere la atracción gravitatoria del planeta y se aleje indefinidamente, sin volver a caer. Para la Tierra, la velocidad de escape es aproximadamente 11,2 km/s (unos 40 320 km/h). Esto significa que cualquier objeto que desee escapar de la gravedad terrestre, como una nave espacial, debe moverse a esa velocidad para no ser atraído de nuevo por la gravedad. La velocidad de escape es fundamental en el diseño de cohetes y naves espaciales. Las misiones espaciales deben ser capaces de superar esta velocidad para salir de la órbita terrestre y viajar al espacio profundo. Sin embargo, las naves espaciales no aceleran de golpe hasta esa velocidad. En lugar de eso, lo hacen gradualmente utilizando varias fases de lanzamiento.

Dato curioso

La paradoja de Galileo surge de un experimento mental muy simple: imagina que tienes dos objetos de diferentes masas, como una bola de plomo y una manzana. Antes de Galileo, se creía que los objetos más pesados caían más rápido que los ligeros. Sin embargo, Galileo propuso que, si se dejaban caer ambos objetos desde la misma altura, en ausencia de resistencia del aire, ambos llegarían al suelo al mismo tiempo, sin importar su peso.

Para ilustrar esta idea, Galileo imaginó unir dos objetos, uno pesado y otro ligero. Según la creencia de la época, el objeto pesado debería caer más rápido que el ligero. Sin embargo, si están unidos, el objeto ligero debería desacelerar al pesado, haciéndolos caer más lentamente. Pero si los consideras como un solo sistema, el sistema combinado debería caer más rápido que el objeto pesado por sí solo. Esta contradicción lleva a la conclusión de que ambos deben caer a la misma velocidad, independientemente de su masa, lo que es coherente con la idea de MRUV y la aceleración constante.

Fuente:https://latorrenews.com/opinion/los-experimentos-de-fisica-que-cambiaron-la-historia-parte-1/

6) De un edificio de 20 m de alto, se lanza una pelota hacia arriba con velocidad de 40 m/s . Al bajar la pelota apenas raspa la baranda, ¿Qué tiempo le toma a la pelota llegar a la superficie?

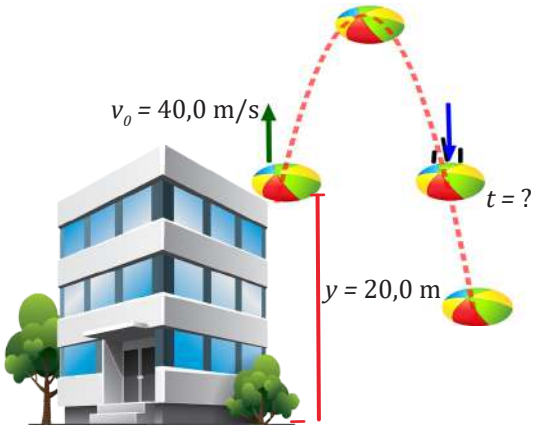
Datos:

$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$y = 20{,}0\ \text{m}$

$v_0 = 40{,}0\ \text{m/s}$

$t = ?$



En primer lugar, vamos a determinar la altura máxima que alcanza la pelota cuando es lanzada hacia arriba.

$$y_{\max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

$$y_{\max} = \frac{(40{,}0\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 81{,}6\ \text{m}$$

Calculamos el tiempo de subida t_s

$$t_s = v_0/g$$

$$t_s = \frac{40{,}0\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 4{,}08\ \text{s}$$

Ahora, calculamos la altura total que tiene la pelota con respecto del suelo.

$$v_0 = \sqrt{(0)^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 3{,}2\ \text{m}}$$

$$v_0 = 5{,}6\ \text{m/s}$$

El jugador de baloncesto tiene una velocidad de $5{,}6\ \text{m/s}$ para alcanzar el balón.

$$y_T = y_{\max} + y$$

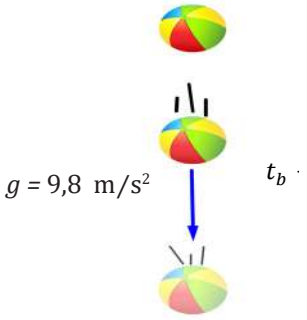
$$y_T = 81{,}6\ \text{m} + 20{,}0\ \text{m} = 101{,}6\ \text{m}$$

Con este valor de la altura total, calculemos el tiempo de bajada.

$$y_T = v_0 t_b + \frac{1}{2} g {t_b}^2$$

$$t_b = \sqrt{\frac{2y_T}{g}}$$

$$t_b = \sqrt{\frac{2 \cdot 101{,}6\ \text{m}}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 4{,}55\ \text{s}$$



Entonces, sumamos los tiempos de subida y de bajada de la pelota para encontrar el tiempo total en el que la pelota llega al piso. $t_T = t_s + t_b = 4{,}08$ s + 4,55 s = 8,6 s

VALORACIÓN

La teoría de caída libre nos permite profundizar y mejorar en conceptos clave como la velocidad, la aceleración y el desplazamiento. A través de ecuaciones no tan complicadas, podemos determinar el tiempo que tarda un objeto en llegar al suelo, la velocidad que adquiere durante su descenso, y la altura desde la cual fue soltado o lanzado. En ingeniería, la caída libre es esencial para diseñar sistemas de seguridad como paracaídas o frenos de emergencia. Con estos conocimientos podemos describir con mayor precisión el comportamiento de los objetos que se encuentran en caída. El estudio de la caída libre nos ha mostrado la relevancia de la física en nuestra vida cotidiana. Cada vez que dejamos caer un objeto, involuntariamente estamos siendo testigos de un fenómeno regido por las mismas leyes que hemos aprendido.

Fuente:https://www.azimutextremo.com/paracaidismo-en-tandem/

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Qué otros ejemplos en la vida cotidiana podemos mencionar donde se aplique los conceptos de caida libre?

PRODUCCIÓN

Estudio de la caída libre y determinación de la aceleración de la gravedad

Materiales:

- Canica
- Cronómetro o celular
- Flexómetro

Procedimiento:

- Utilizando el flexómetro, midamos una altura determinada desde la cual dejaremos caer la canica. Esta altura será el punto de partida fijo para cada medición.
- Con un cronómetro, registramos el tiempo (t) que la canica tarda en caer y tocar la superficie del suelo.
- Anotamos los tiempos registrados en una tabla.
- Repetimos el experimento varias veces, dejando caer la canica desde la misma altura, y anotamos los tiempos de cada caída en la tabla para obtener múltiples datos.
- Calculamos el promedio de los tiempos registrados para mejorar la precisión de las mediciones.
- Realizamos este mismo procedimiento para cinco alturas diferentes, repitiendo los pasos anteriores en cada caso.
- Finalmente, determinamos la aceleración gravitacional g utilizando la ecuación del movimiento uniformemente acelerado $:y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$. A partir de esta ecuación y con los datos obtenidos, calculamos el valor de g en cada caso.

Fuente:https://static.vecteezy.com/system/resources/previews/001/949/350/large_2x/two-scientists-doing-gravitational-force-free-vector.jpg

Altura (m)	Tiempo (s)					Tiempo promedio (s)	Aceleración gravitacional (m/s^2)
y	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	$\bar{t}$	g

MOVIMIENTO PARABÓLICO

PRÁCTICA

El movimiento parabólico combina dos movimientos fundamentales: uno vertical y otro horizontal. Este fenómeno es esencial para comprender cómo los objetos se comportan en situaciones más realistas.

Materiales:

- Pelota o cualquier objeto.
- Flexómetro.
- Cronometro.
- Lugar con bastante espacio.

Procedimiento:

- Preparamos el objeto que vamos a utilizar en el experimento.
- Lanzamos el objeto para que siga una trayectoria parabólica.
- Con el cronómetro, medimos el tiempo total de vuelo del objeto.
- Utilizando el flexómetro, medimos la distancia horizontal máxima que alcanzó el objeto.
- Repetimos el procedimiento con diferentes objetos de distintos pesos, registrando los resultados.

Juegos estudiantiles plurinacionales. En el lanzamiento de bala se debe procurar que el lanzamiento tenga 45° de inclinación, con este ángulo se logra el máximo alcance de la bala.

Actividad

Respondamos las siguientes preguntas:

- ¿Qué papel juega la gravedad en el movimiento vertical del objeto?
- ¿Qué relación existe entre el tiempo de vuelo y la distancia horizontal alcanzada por el objeto?
- ¿Cómo esperamos que influya el peso de los objetos en los resultados del experimento?
- ¿Cómo afecta la velocidad inicial con la que se lanza el objeto a la distancia horizontal que recorre?
- Si dos objetos de diferente peso son lanzados con la misma velocidad y ángulo, ¿esperas que el tiempo de vuelo y la distancia recorrida sean los mismos? ¿Por qué?
- ¿Qué pasaría si en lugar de lanzar el objeto en el aire, lo lanzamos desde una superficie más alta? ¿Cómo cambiarían las mediciones?
- ¿Cómo podríamos aplicar el concepto de movimiento parabólico en la vida cotidiana o en otras disciplinas?

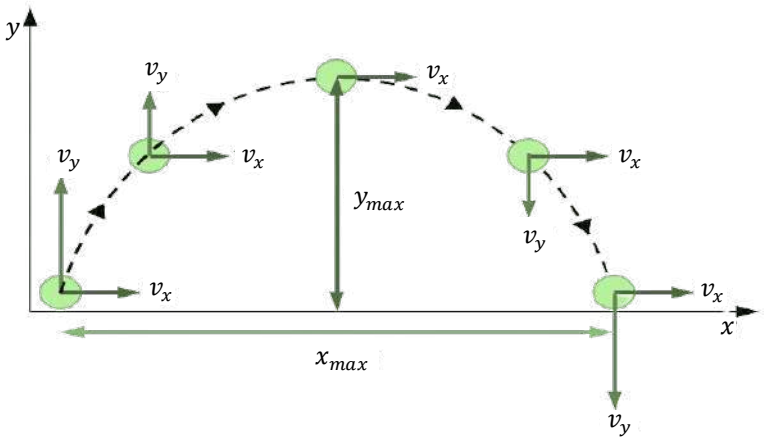
TEORÍA

Leonhard Euler (1707-1783) fue un matemático y físico suizo de gran renombre, conocido por sus contribuciones fundamentales en muchas áreas de la matemática y la física. Euler formuló y resolvió las ecuaciones del movimiento de proyectiles, extendiendo el trabajo de Galileo y Newton. Su enfoque matemático riguroso para resolver las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento parabólico permitió una mayor comprensión de las trayectorias de los proyectiles.

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

1. Movimiento parabólico

El movimiento parabólico es el recorrido que realiza un objeto cuya trayectoria sigue una parábola. Este tipo de movimiento se corresponde con la trayectoria ideal de un proyectil que se desplaza en un medio con mínima resistencia y bajo la influencia de un campo gravitatorio uniforme. El movimiento parabólico es un ejemplo de desplazamiento en dos dimensiones o en un plano, y puede entenderse como la combinación de dos movimientos: uno horizontal uniforme y otro vertical.



2. Características del movimiento parabólico

2.1. Movimiento compuesto

El movimiento semi parabólico es un tipo de movimiento compuesto que se caracteriza por dos componentes principales: un movimiento horizontal uniforme y un movimiento vertical uniformemente acelerado.

2.2. Componentes independientes del tiempo

Cuando un objeto con velocidad rectilínea constante se deja caer desde el borde de un lugar, el objeto experimenta dos movimientos simultáneos: uno horizontal y otro vertical. Para calcular la velocidad en cualquier instante se utiliza la siguiente ecuación:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

a) Movimiento horizontal, en el movimiento semi parabólico, el objeto se mueve horizontalmente a una velocidad constante. Esto significa que no hay aceleración horizontal, y la velocidad en esta dirección se mantiene constante a lo largo del tiempo. El objeto sigue una trayectoria en línea recta en el plano horizontal. Entonces podemos usar las ecuaciones de MRU.

$$v_x = \frac{x}{t}$$

Donde:
- v_x es la velocidad constante en la componente horizontal
- x es la distancia recorrida por el objeto
- t es el tiempo de vuelo del objeto

b) Movimiento vertical, simultáneamente, el objeto experimenta un movimiento vertical descendente debido a la influencia de la gravedad, que es aproximadamente 9,81 m/s². Este movimiento corresponde a una caída libre, por lo que podemos calcular la velocidad vertical del objeto en cualquier instante utilizando la siguiente ecuación:

$$v_y = gt$$

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Donde:
- v_y es la velocidad en la componente vertical
- t es el tiempo en el que el objeto cae
- y es la altura que tiene el objeto al momento de su caída

2.3. Aceleración gravitacional constante

La única aceleración que afecta el objeto es la gravedad, g (aproximadamente $9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ en la Tierra), que actúa siempre en dirección vertical hacia abajo.

2.4. Simetría de la trayectoria

En ausencia de resistencia del aire, la trayectoria del objeto es simétrica. El tiempo de subida es igual al tiempo de bajada, y la velocidad en un punto determinado durante la bajada es igual a la velocidad en el mismo punto durante la subida, pero en dirección opuesta.

Aplicaciones del movimiento parabólico en deporte

a) *Lanzamiento de una pelota en fútbol: Cuando un jugador patea una pelota, describe una trayectoria parabólica. La velocidad inicial y el ángulo de lanzamiento determinan qué tan lejos llegará la pelota y cuánto tiempo permanecerá en el aire.*

Fuente:https://historiadelfutbolboliviano.com/2021/06/22/bolivia-copa-america-2021-bolivia-0-chile-1-con-futbol-y-dignidad-a-pesar-de-la-estrecha-derrota/

b) *Tiro con arco o lanzamiento de jabalina: En estos deportes, el proyectil (flecha o jabalina) sigue una trayectoria parabólica, afectada por la gravedad y la resistencia del aire. Los atletas deben ajustar el ángulo de lanzamiento y la fuerza para alcanzar una distancia óptima.*

Fuente:https://www.opinion.com.bo/articulo/deportes/cochabambinos-obtienen-primer-lugar-tiro-arco/20150809132000528097.html

c) *Salto largo: El cuerpo de un atleta en un salto largo también sigue una trayectoria parabólica.*

Fuente:https://muywaso.com/valeria-quispe-la-figura-del-atletismo-busca-una-medalla-en-los-juegos-odesur/

Aplicaciones del movimiento parabólico en ingeniería

a) *Diseño de puentes y arcos: Los ingenieros utilizan el concepto de trayectorias parabólicas al diseñar estructuras como puentes, ya que la distribución de la carga sigue una curva similar a la de un proyectil en movimiento.*

Fuente:https://cursodeinstalador.com/midas-civil-analisis-y-diseno-de-puentes-atirantados/

b) *Trayectoria de cohetes: En la ingeniería aeroespacial, el movimiento parabólico es esencial para calcular la trayectoria de los cohetes y misiles. Los ingenieros deben tener en cuenta el ángulo de lanzamiento, la velocidad inicial y la influencia de la gravedad para determinar el alcance y la precisión de un proyectil.*

Fuente:https://www.larazon.es/internacional/20211124/fhpvnulctfg33dymynq3vhkvqi.html

c) *Desarrollo de sistemas de riego por aspersión: los sistemas de riego por aspersión están diseñados teniendo en cuenta el movimiento parabólico del agua que sale de los aspersores.*

Fuente:https://www.gob.mx/siap/articulos/en-la-agricultura

3. Ecuaciones del movimiento parabólico

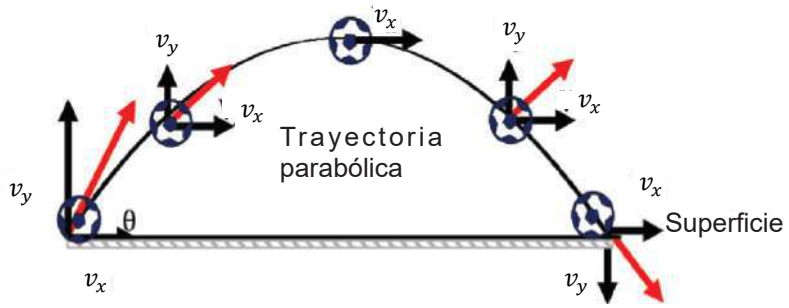
Cuando se lanza un objeto con cierta inclinación, este adquiere una trayectoria de forma parabólica hasta llegar al suelo. Este movimiento parabólico también es compuesto, con las siguientes características:

3.1. Trayectoria parabólica

Al lanzar un objeto con un ángulo comprendido entre 0 y 90 grados, es importante descomponer la velocidad inicial en dos componentes: una vertical y otra horizontal.

Cada una de estas componentes influirá de manera independiente en el movimiento a lo largo de su respectivo eje, como hemos visto en ejemplos anteriores.

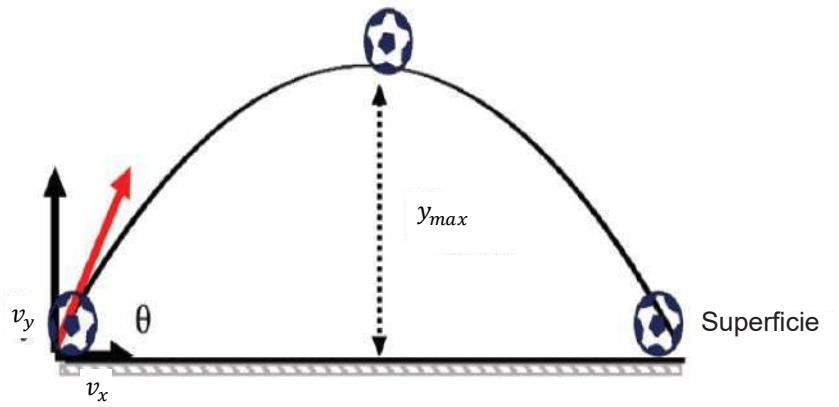
$v_y = v \operatorname{sen} \theta$ $\qquad$ $v_x = v \cos \theta$



3.2. Altura máxima

La altura máxima se refiere a la distancia máxima que hay desde la superficie hasta el punto más alto que puede alcanzar la pelota.

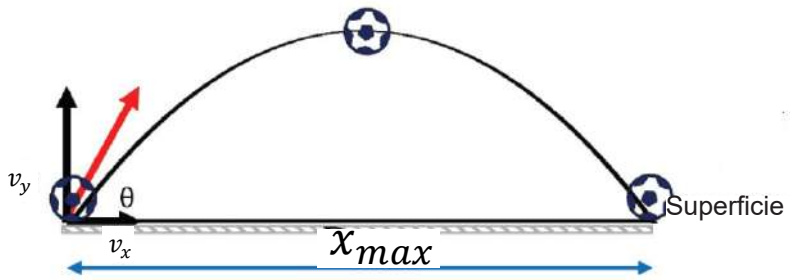
$$y_{max} = \frac{{v_0}^2 (\operatorname{sen} \theta)^2}{2g}$$



3.3. Distancia máxima

El alcance es la distancia horizontal total recorrida por el objeto desde el punto de lanzamiento hasta que vuelve al mismo nivel. La distancia depende de la velocidad inicial y del ángulo de lanzamiento.

$$x_{max} = \frac{{v_0}^2 \operatorname{sen}(2\theta)}{g}$$



3.4. Tiempo de vuelo

Es el tiempo total en el que un objeto se mantiene en el aire desde que se lanza hasta que llega a la superficie del suelo.

$$t_v = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

3.5. Angulo de lanzamiento

El ángulo con respecto al suelo en el momento del lanzamiento afecta directamente la forma de la trayectoria. Un ángulo de 45° generalmente proporciona el máximo alcance horizontal.

Ejemplos:

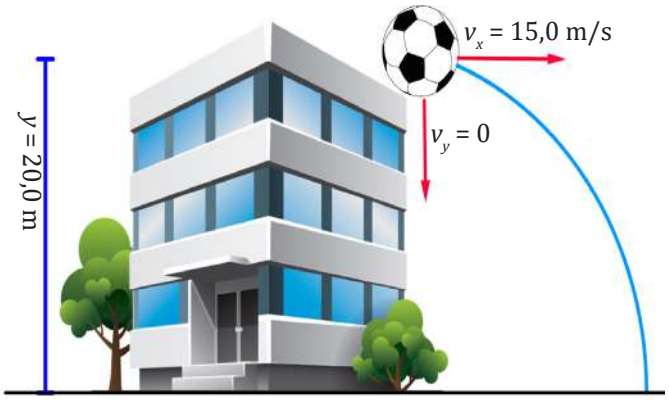
1) De lo alto de un edificio de 20,0 m de altura, una pelota se desliza horizontalmente con velocidad de 15,0 m/s. Calculemos la velocidad de la pelota al llegar al suelo.

Datos:

$y = 20{,}0$ m

$v_x = 15{,}0$ m/s

$g = 9{,}8$ m/s^2



Calculamos el tiempo de caída de la pelota del edificio

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20{,}0 \text{ m}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}}$$

$$t = 2{,}0 \text{ s}$$

Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *Un futbolista patea una pelota con velocidad de 35 m/s y un ángulo de 45°. Calcular la altura máxima, la distancia máxima y el tiempo de vuelo.*

2. *Desde una mesa de 1,5 m de alto, se desliza una canica con velocidad de 1 m/s, ¿A qué distancia de la mesa llegará al suelo?*

3. *Una estudiante quiere igualar el récord de salto largo de 4,45 m, si realiza el salto con 37° ¿A qué velocidad debe correr la estudiante?*

4. *A nivel del mar, donde g=9,81 m/s^2, una persona lanza una piedra y logra una distancia horizontal máxima de 34 m . De haberlo lanzado en la luna, donde g = 1,62 m/s^2 ¿Cuál habría sido su alcance?.*

5. *Se dispara un proyectil con una rapidez de 66 m/s formando un ángulo de máximo alcance. Calcular el alcance y la altura máxima.*

6. *Durante un partido de futbol, para sobrepasar una barrera de jugadores al cobrar una falta, un jugador del equipo contrario patea el balón con una velocidad inicial de 10 m/s y un ángulo de tiro de 28°. ¿Cuál será la altura máxima que alcanzará el balón?*

7. *Un proyectil es lanzado desde el suelo con una velocidad inicial de 19 m/s a un ángulo de 45° con respecto a la horizontal. Calculamos la altura máxima.*

Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *¿Qué es el movimiento parabólico y cómo se relaciona con el movimiento rectilíneo uniforme y el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado?*
2. *¿Qué componentes de la velocidad inicial son importantes para determinar la trayectoria de un proyectil?*
3. *¿Por qué el tiempo que tarda un proyectil en alcanzar su altura máxima es la mitad del tiempo total de vuelo?*
4. *¿Qué sucede con la trayectoria de un proyectil si el ángulo de lanzamiento es mayor a 45°? ¿Y si es menor?*
5. *¿Cómo cambia el tiempo de vuelo si se aumenta al doble la velocidad inicial del proyectil, manteniendo el ángulo de lanzamiento constante?*
6. *¿Qué papel juega la aceleración debida a la gravedad en el movimiento parabólico? ¿Cómo afecta a la trayectoria de un objeto?*
7. *¿Cómo se determina la velocidad horizontal y vertical de un objeto que está siendo lanzado con un movimiento parabólico en cualquier punto de su trayectoria?*
8. *¿Por qué el alcance máximo de un proyectil se alcanza cuando el ángulo de lanzamiento es de 45° en un entorno sin resistencia del aire?*

Con este tiempo calculamos la velocidad de la componente vertical

$$v_y = gt$$

$$v_y = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2\ \text{s}$$

$$v_y = 19{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ahora, calculamos la velocidad total al llegar al piso con la velocidad horizontal de v_x=15,0 m/s

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

$$v = \sqrt{\left(15{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(19{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$v = 24{,}7\ \text{m/s}$$

La velocidad con la que la pelota llega a la superficie del suelo es de 24,7 m/s

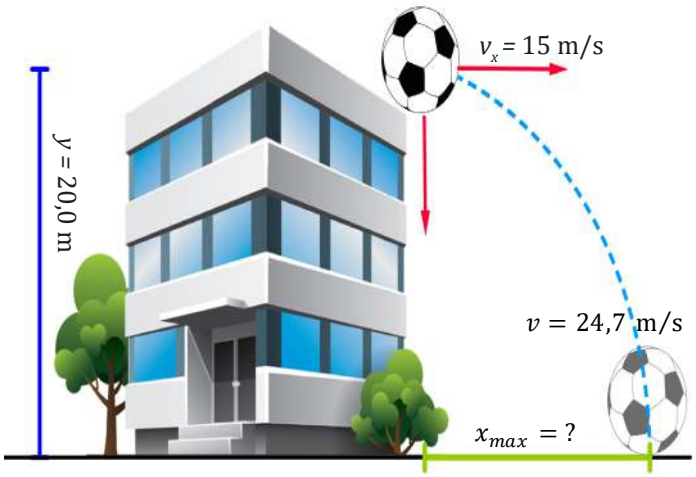
2) Con los datos del ejemplo 1, calculemos a qué distancia del edificio caerá la pelota.

Datos:

$y = 20{,}0$ m

$v_x = 15{,}0$ m/s

$g = 9{,}8$ m/s^2



Usamos la componente horizontal de la velocidad que tiene la pelota

$$v_x = \frac{x}{t}$$

Despejamos x de la anterior ecuación y reemplazamos valores

$$x = 15\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\ \text{s}$$

$$x = 30\ \text{m}$$

Despejamos x de la anterior ecuación y reemplazamos valores

3) Un soldado en entrenamiento apunta su fusil hacia un blanco situado a 100 m, alineando perfectamente el cañón con la línea horizontal. La bala disparada desde el fusil alcanza una velocidad de $500\ \text{m/s}$. ¿Por cuántos centímetros fallará en el disparo?

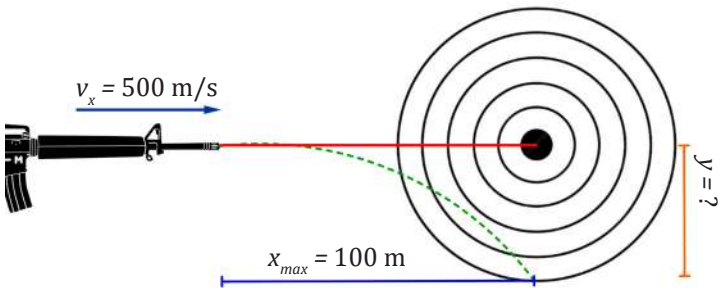
Datos:

$y = ?$

$v_x = 500\ \text{m/s}$

$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$x_{max} = 100\ \text{m}$



Determinemos el tiempo en el que la bala llega al blanco

$$t = \frac{x}{v}$$

$$t = 100\ \text{m}/500\ \text{m/s}$$

$$t = 0{,}2\ \text{s}$$

Por lo tanto, con este valor del tiempo calculamos a la altura y que se desviara la bala.

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (0{,}2\ \text{s})^2 = 0{,}196\ \text{m} = 19{,}6\ \text{cm}$$

El soldado fallará el disparo por $19{,}6\ \text{cm}$

4) Un estudiante patea su pelota con una velocidad de 40,0 m/s con un ángulo de 30°. Calculemos: a) Tiempo de vuelo, b) Distancia máxima y c) altura máxima.

Datos:

$v = 40{,}0\ \text{m/s}$

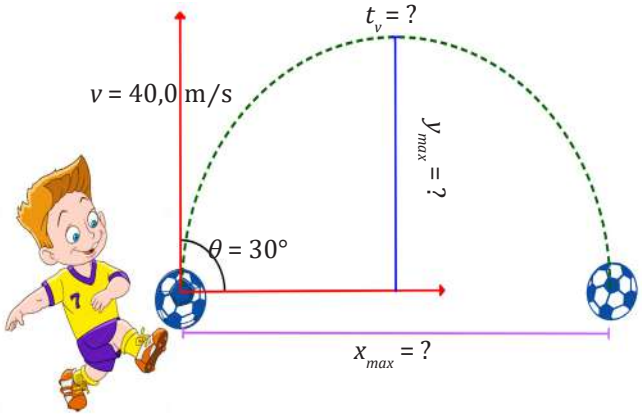
$\theta = 30°$

$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$y_{max} = ?$

$x_{max} = ?$

$t_v = ?$



a) Tiempo de vuelo

$$t_v = \frac{2 v_0\ \text{sen}\ \theta}{g}$$

$$t_v = \frac{2 \cdot 40{,}0\ \text{m/s} \cdot \text{sen}\ 30°}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$t_v = 4{,}1\ \text{m/s}$$

El tiempo de vuelo de la pelota desde que es pateada hasta que llega al suelo es de $4{,}1\ \text{m/s}$.

Aplicaciones del movimiento parabólico en la tecnología

a) Robotica, se utiliza en el diseño de trayectorias de robots que deben lanzar objetos o moverse de un punto a otro mientras siguen una curva. Esto es clave en robots que deben realizar tareas como lanzar pelotas o mover objetos en ángulos específicos.

Fuente:https://www.xataka.com/inteligencia-artificial/google-retoma-desarrollo-robots-su-tossingbot-capaz-encestar-objetos-mayor-precision-que-cualquier-humano

b) Sistemas de defensas de misiles, en el ámbito militar y de defensa, el lanzamiento y seguimiento de misiles siguen una trayectoria parabólica, calculada para que los proyectiles lleguen a un objetivo específico. La tecnología de radares y guías de misiles se basa en estas trayectorias para aumentar la precisión.

Fuente:https://www.elperiodico.com/es/fotos/internacional/mejores-fotografias-ano-2023-reuters-fotos-95929128/95928837

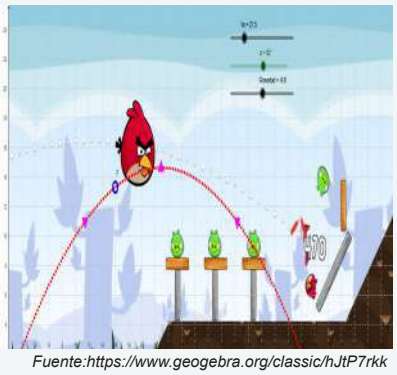
Aplicación del movimiento parabólico en videojuegos

El movimiento parabólico tiene una aplicación fundamental en los videojuegos, en especial en aquellos que simulan física realista o implican el lanzamiento de objetos.

En los juegos deportivos como FIFA, NBA 2K o Rocket League utilizan el movimiento parabólico para representar el lanzamiento de balones.

Fuente:https://elcomercio.pe/tecnologia/e-sports/el-videojuego-rocket-league-sera-gratuito-desde-el-23-de-setiembre-pc-ps4-xbox-nintendo-switch-noticia/

En videojuegos, como Angry Birds o Worms, el movimiento parabólico es una parte central de la mecánica del juego. Aquí se deben calcular trayectorias para que los jugadores puedan lanzar objetos con precisión para alcanzar un objetivo o causar el mayor daño posible. Ajustar el ángulo de lanzamiento y la velocidad para predecir cómo caerá el proyectil siguiendo una parábola. También el resolver puzles físicos basados en trayectorias de proyectiles.



Fuente:https://www.geogebra.org/classic/hJtP7rkk

b) Distancia máxima

$$x_{\max} = \frac{{v_0}^2 \operatorname{sen}(2\theta)}{g}$$

$$x_{\max} = \frac{(40{,}0\ \text{m/s})^2 \cdot \operatorname{sen}(2 \cdot 30°)}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$x_{\max} = 141{,}4\ \text{m}$$

La pelota alcanzará una distancia máxima de $141{,}4\ \text{m}$

c) Altura máxima

$$y_{\max} = \frac{{v_0}^2 (\operatorname{sen}\theta)^2}{2g}$$

Reemplazamos los valores en la anterior expresión:

$$y_{\max} = \frac{(40{,}0\ \text{m/s})^2 \cdot (\operatorname{sin} 30°)^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 20{,}4\ \text{m}$$

La pelota se elevara una altura máxima de $20{,}4\ \text{m}$

5) Resolvamos el anterior problema sin utilizar las 3 fórmulas

a) Tiempo de vuelo

Calculamos las velocidades de cada componente:

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta \qquad v_x = v_0 \cos\theta$$

$$v_y = 40{,}0\,\text{m/s} \cdot \operatorname{sen} 30° \qquad v_x = 40{,}0\ \text{m/s} \cdot \cos 30°$$

$$v_y = 20{,}0\ \text{m/s} \qquad v_x = 34{,}6\ \text{m/s}$$

Ahora, calculamos el tiempo de subida:

$$t_s = \frac{v_y}{g} = \frac{20{,}0\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 2{,}04\ \text{s}$$

Por lo tanto, el tiempo de vuelo es la sumatoria del tiempo de subida y el tiempo de bajada. Tomemos en cuenta que el tiempo de subida y el tiempo de bajada es el mismo. Entonces:

$$t_v = t_s + t_b = 2{,}04\ \text{s} + 2{,}04\ \text{s} = 4{,}08\ \text{s}$$

b) Distancia máxima

Usamos la ecuación del MRU.

$$x = v_x t_v$$

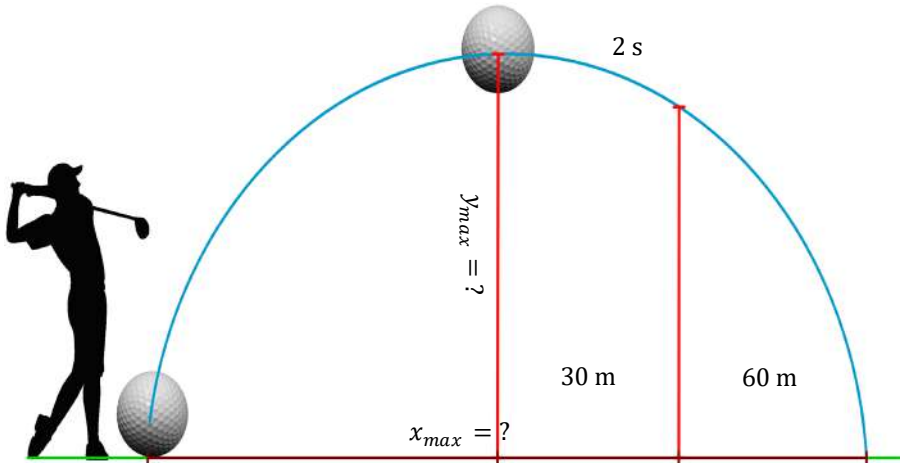
$$x_{\max} = 34{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4{,}08\ \text{s} = 141{,}2\ \text{m}$$

c) Altura máxima

$$y_{\max} = \frac{(v_y + v)t}{2}$$

$$y_{\max} = \frac{20{,}0\ \text{m/s} \cdot 2{,}04\ \text{s}}{2} = 20{,}4\ \text{m}$$

6) Un cuerpo se mueve en forma parabólica como indica la figura. Determinemos el tiempo de vuelo, el alcance horizontal y la altura máxima.



a) Distancia máxima

Observando la figura, podemos apreciar que la mitad del recorrido es de 90 m. Por lo tanto, la distancia máxima será:

$$x_{\max} = 90\ \text{m} + 90\ \text{m}$$

$$x_{\max} = 180\ \text{m}$$

b) Tiempo de vuelo

El tiempo que recorre la pelota en una distancia de 30 m es de 2 s. Entonces, podemos deducir que en $60\ \text{m}$ tendrá $4\ \text{s}$. Por lo tanto, el tiempo de bajada es de:

$$t_b = t_{30} + t_{60} = 2\ \text{s} + 4\ \text{s} = 6\ \text{s}$$

Entonces el tiempo de vuelo es:

$$t_v = 2t_b = 2 \cdot 6\ \text{s} = 12\ \text{s}$$

c) Altura máxima

$$y_{\max} = \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (6\ \text{s})^2 = 176{,}8\ \text{m}$$

7) Un cañón dispara un proyectil desde el piso con una velocidad de $50{,}0\ \text{m/s}$ y ángulo de 53°. Después de $7{,}0\ \text{s}$. ¿Cuál es el desplazamiento horizontal?

Datos:

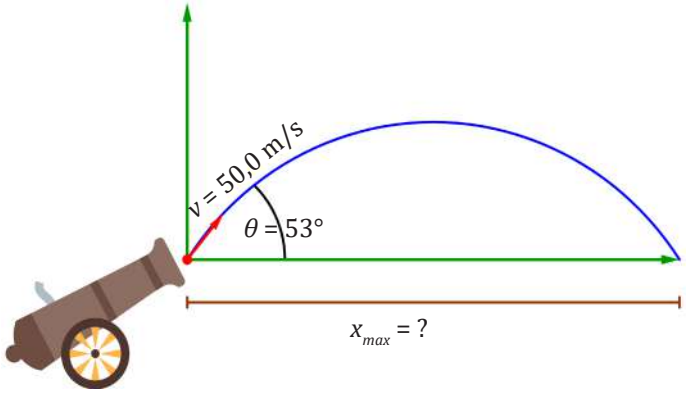
$\theta = 53°$

$v = 50{,}0\ \text{m/s}$

$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$t = 7{,}0\ \text{s}$

$x_{max} = ?$

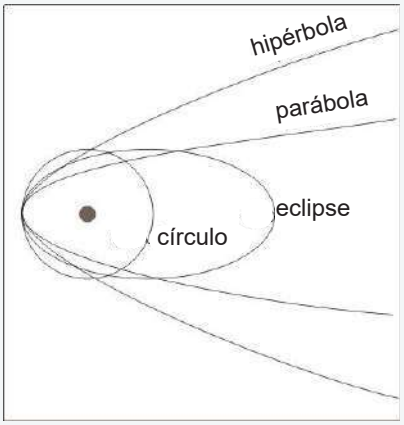


Dato curioso

El movimiento parabólico en astronomía está relacionado con las trayectorias de los cuerpos celestes, como planetas, asteroides o cometas, y su interacción gravitacional con otros objetos, como estrellas o planetas. Si bien el término "movimiento parabólico" en la Tierra describe el movimiento de proyectiles en la atmósfera, en astronomía tiene un significado más específico vinculado a las órbitas.

Una órbita parabólica es un caso límite entre las órbitas elípticas (cerradas) y las hiperbólicas (abiertas). Si un objeto en el espacio se mueve en una trayectoria parabólica, significa que está en el punto exacto donde tiene la velocidad suficiente para escapar de la atracción gravitatoria, pero no más que eso. No volverá al objeto que lo atrae, pero tampoco se moverá con la rapidez de una órbita hiperbólica.

En una órbita parabólica, un objeto se acerca a otro cuerpo celeste (como el Sol) en una trayectoria abierta, pero no queda involucrado gravitacionalmente a él, es decir, el objeto se aleja indefinidamente en la dirección opuesta tras pasar por el punto de máximo acercamiento.



Tipos de órbitas

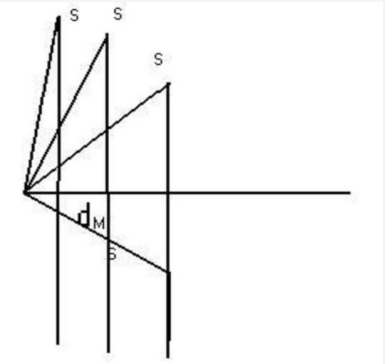
Fuente:https://geociencialibre.blogspot.com/2009/10/orbitas-definicion-y-tipos-aplicados-en.html

Dato curioso

Uno de sus grandes aportes de Galileo Galilei fue el descubrimiento de que la trayectoria de los proyectiles sigue una parábola, lo que rompió con las antiguas creencias aristotélicas sobre el movimiento.

Durante más de mil años, el pensamiento científico estuvo dominado por las ideas de Aristóteles. En su concepción del movimiento, Aristóteles creía que los objetos arrojados o proyectiles seguían una trayectoria en dos fases distintas: Primera fase: El objeto se movería en línea recta durante un corto período, impulsado por la fuerza del lanzamiento.

Segunda fase: Al agotarse esta fuerza, el proyectil caería bruscamente hacia el suelo, siguiendo un camino vertical. Según Aristóteles, el movimiento era forzado y, cuando la fuerza que lo impulsaba desaparecía, el objeto caía de manera abrupta hacia abajo. No había un concepto claro de cómo se combinaban las fuerzas horizontal y vertical.



Esta figura son las supuestas trayectorias, según Aristóteles. El móvil se mueve una distancia dM en la dirección que fue lanzado y luego cae verticalmente.

Fuente:http://fisica.ciens.ucv.ve/riraldi/crtlanza/Lanzamientodeproyectiles.htm

Calculamos el tiempo de subida del proyectil.

$$t_s = \frac{v \cdot \operatorname{sen}\theta}{g}$$

$$t_s = \frac{50{,}0\ \text{m/s} \cdot \operatorname{sen} 53°}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 4{,}1\ \text{s}$$

Si el tiempo de subida es de 4,1 s entonces a los 7 s el proyectil se encuentra bajando.

El desplazamiento lo calculamos con la ecuación del MRU.

$$x = v \cdot \cos\theta\, t$$

$$x = 50{,}0\ \text{m/s} \cdot \cos 53° \cdot 7{,}0\ \text{s} = 210{,}6\ \text{m}$$

8) Se dispara un proyectil con una rapidez de $35{,}0\ \text{m/s}$ formando un ángulo de máximo alcance con la horizontal. Calculemos el tiempo en el que el proyectil está en el aire y su altura máxima.

Datos:

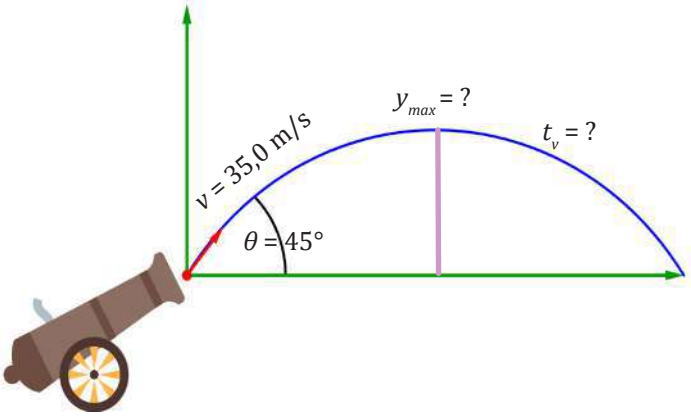
$v = 35{,}0\ \text{m/s}$

$\theta = 45°$

$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$y_{max} = ?$

$t_v = ?$



El tiempo total en el aire de un proyectil lanzado con un ángulo podemos calcularlo con la siguiente ecuación:

$$t_v = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

$$t_v = \frac{2 \cdot 35{,}0\ \text{m/s} \cdot \operatorname{sen} 45°}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$t_v = 5{,}1\ \text{s}$$

La altura máxima del proyectil se calcula con la siguiente ecuación:

$$y_{\max} = \frac{{v_0}^2 (\operatorname{sen}\theta)^2}{2g}$$

$$y_{\max} = \frac{(35{,}0\ \text{m/s})^2 (\operatorname{sen} 45°)^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$y_{\max} = 31{,}2\ \text{m}$$

La altura máxima que alcanza el proyectil es de $31{,}2$ m.

9) Se dispara un proyectil con una rapidez de 71,0 m/s formando un ángulo de máximo alcance. Calculemos el alcance y la altura máxima.

Datos:

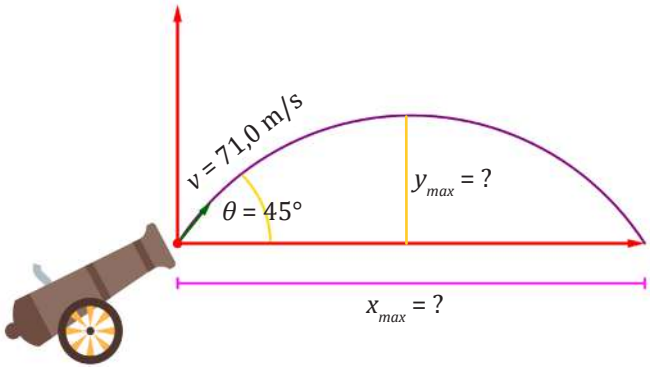
$v = 71{,}0\ \text{m/s}$

$\theta = 45°$

$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$y_{max} = ?$

$x_{max} = ?$



Calculamos la altura máxima con la siguiente ecuación:

$$y_{\max} = \frac{v_0{}^2\,(\text{sen}\,\theta)^2}{2g}$$

$$y_{\max} = \frac{(71{,}0\ \text{m/s})^2(\text{sen}\,45°)^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$y_{\max} = 128{,}6\ \text{m}$$

La altura máxima que alcanza el proyectil es de $128{,}6$ m.

Calculamos la altura máxima con la siguiente ecuación:

$$x_{\max} = \frac{v_0{}^2\ \text{sen}(2\theta)}{g}$$

$$x_{\max} = \frac{(71{,}0\ \text{m/s})^2 \cdot \text{sen}(2 \cdot 45°)}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$x_{\max} = 514{,}4\ \text{m}$$

10) Un jugador de la selección de fútbol patea la pelota con una velocidad inicial de 20 m/s formando un ángulo de 35° con la horizontal. Determinemos el tiempo de vuelo.

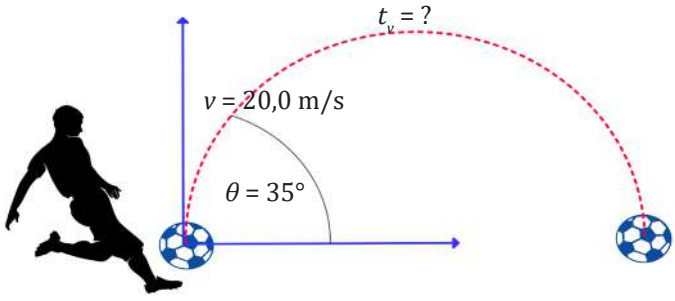
Datos:

$v = 20{,}0\ \text{m/s}$

$\theta = 35°$

$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$t_v = ?$



$$t_v = \frac{2v_0\ \text{sen}\,\theta}{g}$$

$$t_v = \frac{2 \cdot 20{,}0\ \text{m/s} \cdot \text{sen}\,35°}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$t_v = 2{,}3\ \text{s}$$

Dato curioso

Durante la Edad Media, las armas de asedio como las catapultas y los trebuchets eran herramientas clave en la guerra, y su éxito dependía de la capacidad de lanzar proyectiles a largas distancias para atacar fortalezas o campamentos enemigos. Aunque los ingenieros medievales no tenían conocimiento formal de las leyes de la física que describen el movimiento parabólico, como las descubiertas por Galileo más tarde, ajustaban intuitivamente los parámetros de estas máquinas para maximizar la efectividad de sus proyectiles.

Los operadores de estas máquinas ajustaban manualmente el ángulo y la tensión de cada disparo, probando varias configuraciones hasta lograr un impacto preciso. Esto requería práctica y conocimiento empírico, pero era una forma eficaz de controlar el movimiento parabólico. Estas máquinas no solo lanzaban piedras, sino también proyectiles incendiarios o aceite hirviendo.

Estos proyectiles seguían trayectorias parabólicas, permitiendo a los atacantes bombardear el interior de fortalezas o ciudades amuralladas.

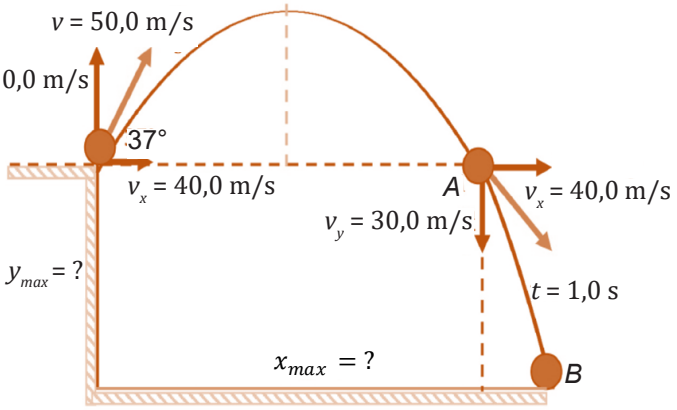
Fuente:https://investinhistory.ca/es/2024/04/06/catapulta-antigua-arma-de-asedio/

Dato curioso

En las montañas rusas, los carros a menudo siguen trayectorias parabólicas en las secciones donde se combinan rápidos descensos y ascensos. Este tipo de movimiento ocurre en las crestas de las colinas o en las caídas pronunciadas, donde la velocidad del carro y la gravedad interactúan de manera que los pasajeros experimentan una sensación de ingravidez momentánea. Cuando el carro desciende por una pendiente y luego asciende rápidamente, sigue una trayectoria que se asemeja a una parábola. Durante este movimiento, tanto el carro como los pasajeros se encuentran en una especie de caída libre, lo que reduce la fuerza normal que los pasajeros sienten contra sus asientos, similar a lo que ocurre cuando un objeto está cayendo bajo la influencia exclusiva de la gravedad. Esta sensación, conocida como "airtime" en la jerga de las montañas rusas, provoca que los pasajeros sientan como si estuvieran flotando o que su peso disminuye temporalmente, generando una mezcla de adrenalina y euforia.

Fuente:https://www.freepik.es/vector-premium/montana-rusa-parque-tematico_2613617.htm

11) Calculamos la altura y_{max} y la distancia maxima x_{max} ,en el siguiente gráfico, si el tiempo total de vuelo es de 7 s.



Datos:

$v = 50{,}0\ \text{m/s}$

$v_x = 40{,}0\ \text{m/s}$

$v_y = 30{,}0\ \text{m/s}$

$t_v = 7{,}0\ \text{s}$

Calculamos la distancia x, utilizando la velocidad en la componente horizontal.

$$x = v_x t$$

$$x = 40{,}0\ \text{m/s} \cdot 7{,}0\ \text{s}$$

$$x = 280{,}0\ \text{m}$$

La distancia que recorre el objeto es de $280{,}0\ \text{m}$.

Para determinar la altura y en la que se encuentra el objeto antes de su lanzamiento, primero debemos encontrar el tiempo de vuelo. El cual nos indicara cuanto tiempo tarda en llegar hasta el punto A.

$$t_s = \frac{v_y}{g}$$

$$t_s = \frac{30{,}0\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

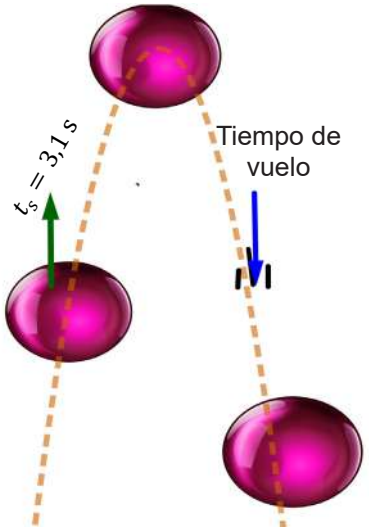
$$t_s = 3{,}1\ \text{s}$$

Entonces, el tiempo de vuelo del objeto es de:

$$t_v = 2 \cdot t_s$$

$$t_v = 2 \cdot 3{,}1\ \text{s} = 6{,}2\ \text{s}$$

El enunciado indica que el tiempo total del objeto es de $7{,}0\ \text{s}$ y el tiempo de vuelo es de $6{,}2\ \text{s}$. Por lo tanto, el tiempo de caída desde el punto A al B es de $0{,}8\ \text{s}$. Este valor nos ayudara a calcular la altura y.



$$y = v_y t_c + \frac{1}{2} g t_c^{\,2}$$

$$y = 30{,}0\ \text{m/s} \cdot 0{,}8\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (0{,}8\ \text{s})^2 = 27{,}1\ \text{m}$$

VALORACIÓN

El movimiento parabólico es un concepto esencial que nos permite entender cómo se comportan los objetos en situaciones cotidianas, como cuando lanzamos una pelota o cuando vemos a una persona saltar. Este tipo de movimiento combina dos direcciones: una horizontal, en la que el objeto se mueve a una velocidad constante y una vertical, donde actúa la gravedad, lo que hace que el objeto acelere hacia el suelo. Comprender cómo funcionan estos dos movimientos juntos es fundamental para que podamos predecir la trayectoria de cualquier objeto lanzado. Al aprender a descomponer el movimiento en sus componentes, podremos calcular cuánto tiempo tarda un objeto en llegar al suelo, a qué distancia llegará o cuál será su velocidad en cualquier punto de su recorrido. Este aprendizaje nos prepara para estudiar movimientos más complejos en niveles avanzados y nos proporciona herramientas valiosas para entender el mundo que nos rodea. El conocimiento del movimiento parabólico proporciona una base sólida para el estudio de movimientos más complejos en niveles superiores, como el movimiento circular y otros tipos de trayectorias en campos gravitatorios.

Fuente:https://serendiphia.es/recursos/fyq1/cine/t3cine/62_tiro_parablico.html

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Qué tipos de movimiento se combinan en el movimiento parabólico?
- ¿Qué hace que el objeto acelere hacia el suelo en el movimiento parabólico?
- ¿Cómo podemos aplicar el conocimiento del movimiento parabólico en deportes, ingeniería o tecnología?
- ¿Por qué es útil el estudio del movimiento parabólico para entender movimientos más complejos en el futuro?
- ¿Qué variables necesitarías conocer para calcular a qué distancia llegará un objeto lanzado en un movimiento parabólico?

PRODUCCIÓN

Movimiento parabólico: Salto de una pelota por una rampa

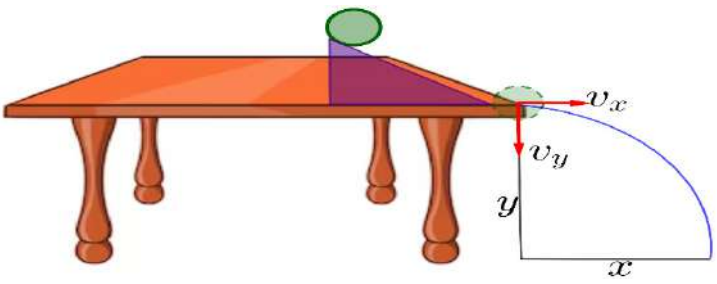
Materiales:

- Transportador
- Pelota o auto de juguete
- Hoja de cartulina o cartón
- Cronometro
- Flexómetro o cinta métrica

Procedimiento:

- Con el pedazo de cartón realizamos una rampa, la cual la pondremos sobre una mesa. Con la ayuda del transportador ajustamos el ángulo de inclinación de la rampa con respecto a la horizontal.
- Colocamos una pelota en la parte superior de la rampa. Al soltar la pelota, la pelota comenzará a rodar debido a la fuerza de la gravedad. La pelota al dejar la rampa tendrá un movimiento parabólico.
- Con el cronómetro medimos el tiempo de vuelo de la pelota. El tiempo de vuelo de nuestro experimento será desde el momento en que abandona la rampa hasta que toca el suelo.
- Con la cinta métrica medimos la distancia horizontal que la pelota recorre desde el punto que abandona la rampa hasta el punto donde toca el suelo.
- Anotamos en una tabla los ángulos de inclinación, las distancias recorridas (alcance) y los tiempos de vuelo correspondientes para cada prueba.

Ángulo	Distancia (m)	Tiempo de vuelo (s)
θ	x	t_v



MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

PRÁCTICA

¿Alguna vez hemos jugado con un yoyo y pensamos cómo logra mantenerse en movimiento constante mientras gira en su cuerda? La respuesta radica en un principio básico de la física llamado Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.). Este tipo de movimiento es clave para entender cómo un objeto puede seguir una trayectoria circular manteniendo una velocidad constante, aunque su dirección cambie continuamente.

El yoyo se mueve a lo largo de una circunferencia, por lo que, describe un círculo con una velocidad tangencial constante. Aunque la magnitud de la velocidad no cambia, es importante notar que la dirección del objeto sí lo hace en cada instante. Esto se debe a que, en un movimiento circular, el objeto siempre está cambiando de dirección para seguir la trayectoria curva. Para que esto sea posible, debe haber una fuerza que lo mantenga en esa trayectoria: esta es la fuerza centrípeta, que siempre apunta hacia el centro del círculo. Volviendo al ejemplo del yoyo, cuando lo lanzamos hacia abajo, la cuerda actúa como la fuente de la fuerza centrípeta, tirando del yoyo hacia el centro de la circunferencia imaginaria que describe a medida que gira. Mientras que la tensión en la cuerda genera esta fuerza, el yoyo continúa moviéndose con una velocidad constante en la dirección tangencial a la curva. Esta es la razón por la que el yoyo puede moverse en un círculo sin cambiar su velocidad, siempre que no existan otras fuerzas externas que lo ralenticen o aceleren.

Fuente:https://encrypted-tbn3.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRoEb4TGrkfxBbx67CTAEm5-_3ILSLMFYcvNY-I49qyogTuMD0C2

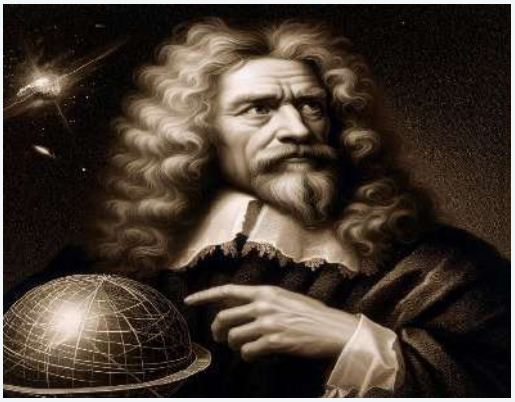
Actividad

Respondamos las siguientes preguntas:

- ¿La velocidad del yoyo es constante?
- ¿Qué tipo de trayectoria realiza el yoyo?
- ¿La tensión de la cuerda del yoyo hace que este se mantenga con una velocidad fija?

TEORÍA

Christiaan Huygens *(1629-1695) fue un físico, matemático y astrónomo holandés que hizo contribuciones fundamentales al estudio del movimiento circular uniforme. Huygens es ampliamente conocido por su trabajo sobre la fuerza centrífuga, los relojes de péndulo y sus estudios sobre la luz y la óptica. ambién fue un gran astrónomo y utilizó su comprensión del movimiento circular en su estudio de los cuerpos celestes. Una de sus contribuciones más notables en astronomía fue la identificación de la verdadera forma de los anillos de Saturno.*



Fuente: Leonardo.AI, (2024)

1. Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.)

Es aquel en el que un cuerpo se mueve a una velocidad constante en una trayectoria circular. En este movimiento, la velocidad del cuerpo es tangente a la trayectoria en todo momento.

1.1. Características del movimiento circular uniforme

a) La trayectoria es una circunferencia, por lo tanto, se trata de un movimiento en el plano.
b) La rapidez v es constante, pero la velocidad v no porque continuamente cambia de dirección y sentido, para acomodarse al giro del móvil.
c) El vector velocidad "v" siempre es tangencial a la circunferencia y perpendicular a la dirección radial.
d) La velocidad angular "ω" es constante.
e) A pesar de ser uniforme, hay una aceleración producida por el cambio de dirección de la velocidad.
f) La aceleración centrípeta y la velocidad son perpendiculares entre sí.
g) Es un movimiento periódico o repetitivo; por lo tanto, para él se definen las magnitudes periodo y frecuencia.
h) En física se entiende por movimiento al cambio de posición que experimenta un cuerpo en el espacio mientras transcurre el tiempo. Todo movimiento depende del sistema de referencia desde el cual se lo estudia.

2. Ecuaciones del Movimiento Circular Uniforme

2.1. Velocidad angular

Es una magnitud que describe qué tan rápido cambia el ángulo de posición de un objeto que se mueve a lo largo de una trayectoria circular. Se define como la variación del ángulo barrido por el objeto con respecto al tiempo, y en el movimiento circular uniforme es constante, lo que significa que el objeto sigue una trayectoria circular y siempre gira con la misma rapidez en términos de ángulos.

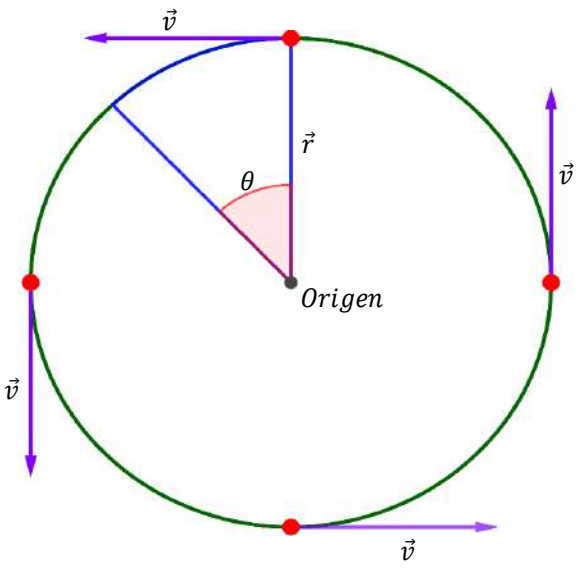
$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Donde:

- ω es la velocidad angular con la que el objeto sigue una trayectoria circular.
- θ es el desplazamiento angular que el objeto a recorrido.
- t es el intervalo de tiempo en el que ocurre el movimiento.

2.2. Velocidad tangencial

Es la velocidad lineal que tiene un objeto en movimiento circular a lo largo de la circunferencia de la trayectoria. Describe la rapidez con la que el objeto se desplaza tangencialmente (a lo largo de la línea tangente) en un punto dado de la trayectoria circular.



$$v = \omega r$$

Donde:

- v es la velocidad tangencial.
- r es el radio de la trayectoria circular.
- ω es la velocidad angular que tiene el objeto.

2.3. Aceleración centrípeta

Es la aceleración que experimenta un objeto que se mueve en una trayectoria circular, y es el encargado de cambiar la dirección de su velocidad para mantenerlo en movimiento circular. Siempre está dirigida hacia el centro de la circunferencia y actúa perpendicularmente a la velocidad tangencial del objeto.

Dato curioso

Un astronauta en una estación espacial en órbita terrestre se encuentra en lo que se denomina un estado de microgravedad (M.C.U.). Aunque a simple vista parece estar flotando en un entorno sin gravedad, en realidad, él y la estación espacial están en una constante caída libre hacia la Tierra. Sin embargo, debido a su alta velocidad tangencial, en lugar de colisionar con el planeta, ambos siguen una trayectoria curva alrededor de él. Este fenómeno ocurre porque la gravedad terrestre proporciona la aceleración centrípeta necesaria para mantenerlos en órbita. Así, el astronauta experimenta una "ingravidez aparente" mientras él y la estación continúan cayendo en paralelo a la curvatura de la Tierra, lo que permite que permanezcan en órbita sin llegar a tocar la superficie.

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

Dato curioso

La Luna "cae" continuamente hacia la Tierra porque la fuerza gravitatoria terrestre la atrae constantemente, actuando como una fuerza centrípeta que mantiene su trayectoria circular o elíptica en el espacio. Este movimiento corresponde al ***movimiento circular uniforme (M.C.U.)****, donde la Luna sigue una órbita estable debido a su velocidad tangencial. Aunque la gravedad la "empuja" hacia la Tierra, la velocidad de la Luna la mantiene en una trayectoria que la previene de colisionar, de manera que sigue cayendo, pero sin nunca tocar la Tierra.*

Al mismo tiempo, la Luna se aleja gradualmente a un ritmo de aproximadamente 3,8 cm por año. Este alejamiento es causado por las interacciones gravitacionales entre la Tierra y la Luna, que generan mareas en los océanos terrestres. El rozamiento de las mareas crea un intercambio de energía que ralentiza muy levemente la rotación de la Tierra y transfiere esa energía hacia la órbita de la Luna, impulsándola a una órbita más amplia. Así, aunque la Luna "cae" continuamente hacia la Tierra, este proceso de transferencia de energía provoca que, en el largo plazo, su distancia a nuestro planeta.

Fuente:https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTSa8UUdIsj4Pb49gxkERHZ8yGT4iFSo-d7YyC_p8-RoYkjPelj1

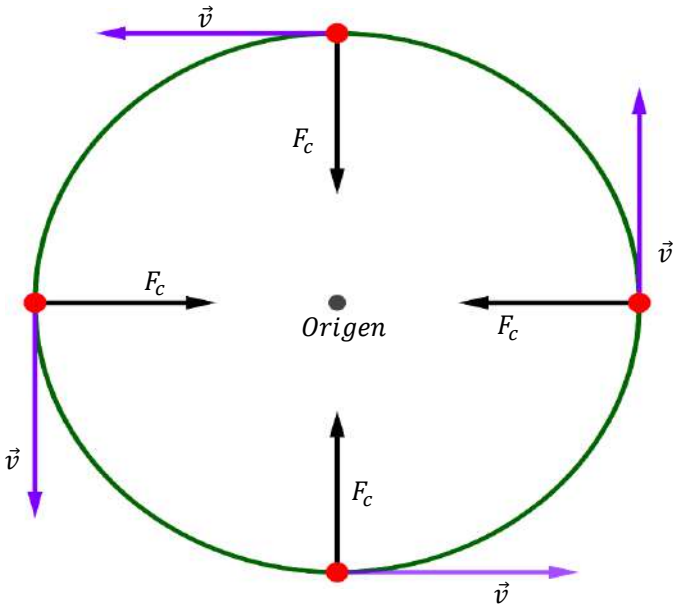
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Donde:

- a_c es la aceleración que experimenta un objeto en dirección al centro la trayectoria circular.
- v es la velocidad tangencial del objeto.
- r es el radio de la trayectoria circular.

2.4. Fuerza centrípeta

Es una fuerza que actúa sobre un objeto en movimiento circular y lo mantiene en su trayectoria curva. Esta fuerza siempre está dirigida hacia el centro de la circunferencia y es la responsable de cambiar continuamente la dirección de la velocidad del objeto, sin modificar su magnitud, lo que permite que siga una trayectoria circular.



$$F_c = ma_c$$

Donde:

- F_c es la fuerza que tiene una dirección hacia el centro de la circunferencia.
- m es la masa del objeto que está en movimiento.
- a_c es la aceleración centrípeta del objeto.

2.5. Desplazamiento angular

Es el ángulo formado entre el radio de la circunferencia y el centro, de acuerdo con el desplazamiento del objeto en movimiento circular. Su unidad de medida es el radián (rad). Para un desplazamiento angular de 2π radianes, se completa una vuelta entera en la circunferencia. El desplazamiento angular se calcula dividiendo la longitud del arco recorrido por el objeto entre el radio de la circunferencia.

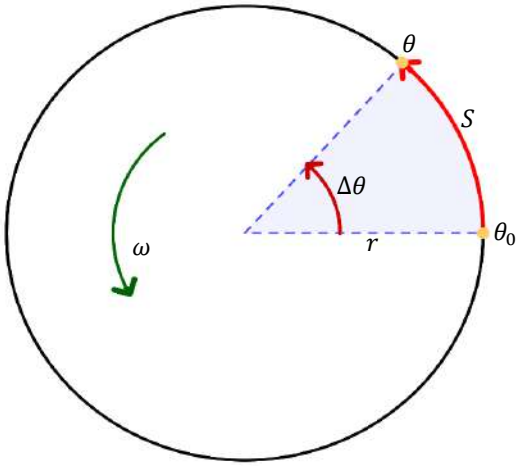
$$\theta = \omega t$$

Donde:

- θ es el desplazamiento angular que realiza un objeto.
- ω es la velocidad angular con la que el objeto se mueve por la trayectoria circular.
- t es el tiempo en el que ocurre el desplazamiento.

2.6. Desplazamiento lineal

Es la distancia recta entre la posición inicial y la posición final de un objeto que se mueve a lo largo de una trayectoria circular. Aunque el objeto se desplaza siguiendo una circunferencia, el desplazamiento lineal siempre mide la distancia más corta entre esos dos puntos, lo cual forma un segmento recto que une la posición inicial y final del objeto. A pesar de que el objeto sigue una trayectoria circular, el desplazamiento lineal se mide como la longitud del segmento recto que conecta el punto de inicio y el punto final de la trayectoria.



$$S = \theta r$$

Donde:

- S es el desplazamiento lineal.
- θ es el desplazamiento angular.
- r es el radio de la trayectoria circular.

2.7. Periodo

Es el tiempo que tarda un objeto en completar una vuelta completa alrededor de la circunferencia. Es el tiempo que le lleva regresar a su posición inicial después de haber recorrido toda la trayectoria circular.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Donde:

- T es el periodo.
- ω es la velocidad angular con la que el objeto se mueve por la trayectoria circular.

2.8. Frecuencia

Es el número de vueltas completas o ciclos que un objeto realiza en una unidad de tiempo. Se trata de una medida de cuán rápido repite su movimiento circular un objeto.

$$f = \frac{1}{T}$$

Donde:

- f es la frecuencia.
- T es el periodo.

Dato curioso

*Cuando estamos en un parque de diversiones y nos subimos a una atracción que gira rápidamente (como una rueda giratoria o un carrusel), estamos experimentando el **movimiento circular uniforme (MCU)**. Lo interesante es que, aunque nos sintamos "empujados" hacia afuera por la fuerza del giro, en realidad no hay ninguna fuerza que nos esté empujando en esa dirección. Lo que sentimos es nuestro propio cuerpo queriendo seguir en línea recta (debido a la inercia), mientras la atracción nos obliga a girar. Esta sensación de ser "empujados hacia afuera" se conoce como fuerza centrífuga, pero en realidad es solo nuestra resistencia al cambio de dirección constante en el MCU.*

¡Es como si nuestro cuerpo quisiera escapar del círculo!

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

Ejercicios propuestos

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *Convertir 480° a radianes.*
2. *Convertir 100° a radianes.*
3. *Convertir* $7\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ *a grados.*
4. *Convertir* $\frac{100}{5}\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ *a grados.*
5. *Convertir* 1564 *radianes a grados.*
6. *Una partícula gira alrededor de un círculo de diámetro de 30 cm con una velocidad angular de* $4{,}6\frac{rad}{s}$ *. ¿Cuál es su desplazamiento tangencial en 5 segundos?*
7. *Una rueda gira a una velocidad angular de* $\frac{90}{7}\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ *. ¿Cuál es su desplazamiento tangencial en 3 minuto?*
8. *Un disco gira a una velocidad vangular de* $48\frac{\text{rad}}{\text{s}}$*. ¿Cuál es su desplazamiento tangencial en un giro completo?*
9. *Una niña amarra un pata-pata a su pie y lo hace girar como muestra el gráfico. La pata-pata gira con un MCU, a una velocidad de* $7\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ *. ¿Calculemos el ángulo que barre al radio de giro en* 2 s*?*
10. *Calculamos el periodo y la frecuencia de un móvil que tiene la velocidad angular de* $40\,\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ *en* 120 segundos.
11. *Un móvil describe un arco de circunferencia de* 10 m *en un tiempo de* 5 s*. ¿Calculamos su velocidad tangencial?*
12. *Un disco llega a girar con una velocidad de* 30 rad/s *¿Qué tiempo tardará en girar* 180°*?*

3. Unidades del M.C.U. y equivalencias

Unidades que se utilizan en las magnitudes físicas en el movimiento circular uniforme.

Magnitud Física	Notación	Unidades en el S.I.
Velocidad angular	ω	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
Velocidad tangencial	v	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Aceleración centrípeta	a_c	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Fuerza centrípeta	F_c	N
Desplazamiento angular	θ	rad
Desplazamiento lineal	S	m
Periodo	T	s
Frecuencia	f	Hz

A continuación, se presenta una tabla con las equivalencias entre ángulos medidos en grados y sus correspondientes valores en radianes.

Radianes	Grados	Radianes	Grados
$\frac{\pi}{6}$ rad	30	$\frac{7\pi}{6}$ rad	210
$\frac{\pi}{3}$ rad	60	$\frac{4\pi}{3}$ rad	240
$\frac{\pi}{2}$ rad	90	$\frac{3\pi}{2}$ rad	270
$\frac{2\pi}{3}$ rad	120	$\frac{5\pi}{3}$ rad	300
$\frac{5\pi}{6}$ rad	150	$\frac{11\pi}{6}$ rad	330
π rad	180	2π rad	360

Ejemplos:

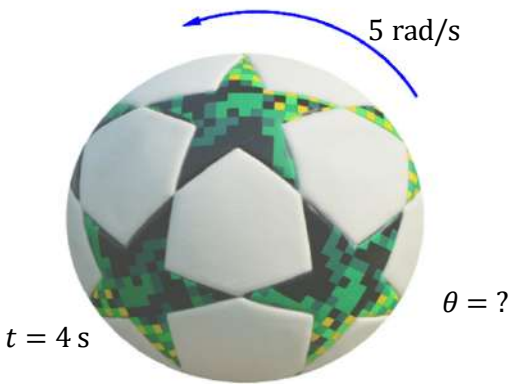
1) Una pelota gira con una velocidad angular de 5 rad/s ¿cuál será su desplazamiento angular en 4 s?

Datos:

$\omega = 5\ rad/s$

$t = 4\ s$

$\theta = ?$



Aplicamos la ecuación del desplazamiento angular.

$$\theta = \omega t$$

Reemplazamos los valores que nos indican en el enunciado.

$$\theta = \left(5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)\cdot(4\ s)$$

$$\theta = 20\ \text{rad}$$

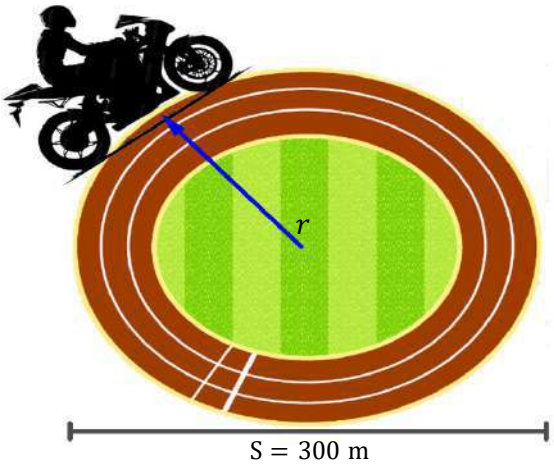
2) Por la pista de motocross circular, un motociclista recorre 300,0 m de la pista circular, sabiendo que la pista tiene un diámetro de 45,0 m, ¿Cuál será su desplazamiento angular?

Datos:

$S = 300{,}0\ m$

$r = 22{,}5\ m$

$\theta = ?$



Utilizamos la ecuación que relaciona el desplazamiento lineal con el desplazamiento angular.

$$S = \theta r$$

Despejamos el desplazamiento angular de la anterior ecuación.

$$\theta = \frac{S}{r}$$

$$\theta = 300\ \text{m}/22{,}5\ \text{m} = 13{,}3\ \text{rad}$$

3) El motor de un automóvil alcanza a girar 1700 R.P.M. Calculemos el valor del periodo y su frecuencia.

Datos:

$\omega = 1\,700{,}0\ RPM$

$T = ?$

$f = ?$

Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *¿Cómo se define la velocidad en el contexto del MCU? ¿Es constante o variable?*
2. *¿Qué tipo de fuerza actúa sobre un objeto en movimiento circular uniforme para mantenerlo en su trayectoria?*
3. *¿Cómo afecta un aumento en la velocidad tangencial de un objeto en MCU a la fuerza centrípeta necesaria para mantenerlo en su trayectoria?*
4. *Si se duplica el radio de la trayectoria circular, ¿qué sucede con la velocidad tangencial de un objeto en movimiento circular uniforme si la fuerza centrípeta se mantiene constante?*
5. *¿Por qué un satélite en órbita se considera que está en movimiento circular uniforme?*
6. *En una curva, como un auto que toma una curva en una carretera, ¿qué ocurre si el conductor no ajusta la velocidad?*
7. *Si un objeto se mueve en un círculo de radio r a una velocidad tangencial v_t, ¿cuál es la fórmula para calcular la aceleración centrípeta?*
8. *¿Cómo se relaciona la velocidad angular ω con la velocidad tangencial v_t en el (M.C.U.)?*
9. *Un patinador artístico gira sobre el hielo y acerca sus brazos al cuerpo para girar más rápido. ¿Qué efecto tiene esta acción en su velocidad de giro y por qué?*
10. *Si un objeto en movimiento circular uniforme se detiene repentinamente, ¿qué sucede?*

Aplicación del M.C.U. en la vida cotidiana

a) *Coches en una curva*

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

b) *Satélites en orbita*

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

c) *Patinadores de hielo*

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

Primero se debemos calcular la equivalencia de la velocidad angular en unidades del sistema internacional.

$$\omega = 1700\ \text{RPM} \times \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} \times \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = 178{,}02\ \text{ra d/s}$$

Calculamos el periodo T

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{178{,}02\ \text{rad/s}}$$

$$T = 0{,}035\ \text{s}$$

Calculamos la frecuencia f

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{0{,}035\ \text{s}}$$

$$f = 28{,}5\ \text{Hz}$$

El periodo del motor es de $0{,}04\ \text{s}$ y la frecuencia es de $28{,}5\ \text{Hz}$

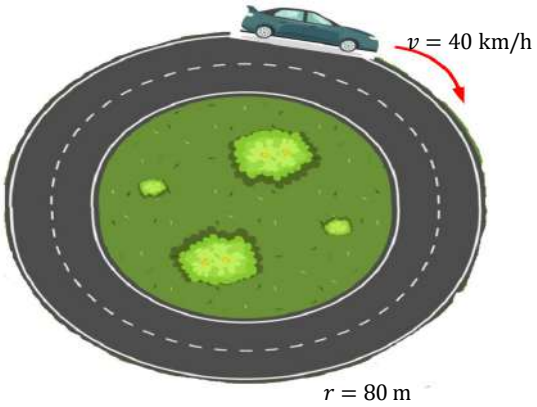
4) ¿Cuál es la aceleración centrípeta y la fuerza centrípeta de un automóvil de 1600,0 kg que recorre una pista circular de 80,0 m de radio con M.C.U. a 40,0 km/h?

Datos:

r = 80 m

v = 40 km/h

a_c = *?*



Realizamos una conversión en las unidades de la velocidad.

$$40\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 11{,}11\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ahora calculamos la aceleración centrípeta que siente el automóvil.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \frac{\left(11{,}11\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{80\ \text{m}}$$

$$a_c = 1{,}5\ \text{m/s}^2$$

Entonces la fuerza centrípeta F_c es :

$$F_c = m a_c$$

$$F_c = 1600{,}0\ \text{kg} \cdot 1{,}5\ \text{m/s}^2 = 2400{,}0\ \text{N}$$

La aceleración centrípeta es $1{,}5\ \text{m/s}^2$ y la fuerza centrípeta es $2400{,}0\ \text{N}$.

5) Un CD de películas de 12,0 cm de diámetro gira a 700 RPM. Calculemos la velocidad lineal que se genera en el borde del disco.

Datos:

d = 12 cm

ω = 700 RPM

v = ?

Primeo se debemos calcular la equivalencia de la velocidad angular en unidades del sistema internacional.

$$\omega = 700 \text{ RPM} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 73{,}3 \text{ rad/s}$$

Las velocidades lineal y angular se relacionan con:

$$v = \omega r$$

$$v = 73{,}3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 6 \text{ cm}$$

$$v = 439{,}8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

6) La rueda de un automóvil tiene 40,0 centímetros de radio y gira 13 revoluciones en 1 segundo. a) Calculemos su velocidad angular b) ¿Qué distancia lineal recorre el automóvil en 2,0 min?

Datos:

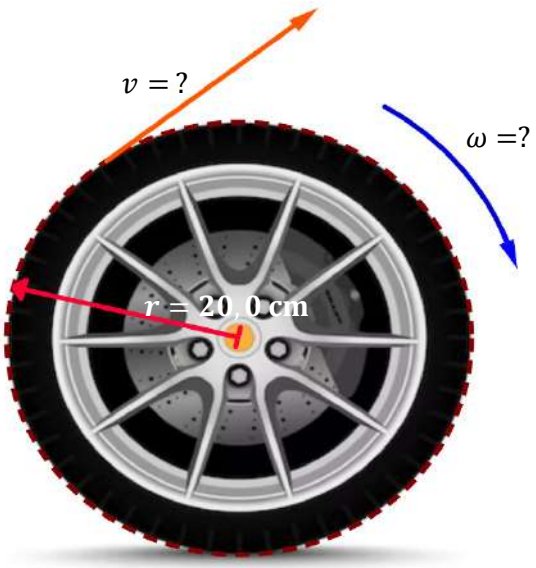
d = 40,0 cm

ω = ?

v = ?

t = 2,0 min

r = 20,0 cm



El M.C.U. aplicado a tecnologías modernas

a) *Motores eléctricos, los motores eléctricos convierten la energía eléctrica en energía mecánica a través de un movimiento rotativo. El rotor del motor gira en un movimiento circular uniforme.*

Fuente:https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTzbclYRQzIcet4JaiLtqFiDpWcIlu5-vqYOISWimHFWVx5iYG-

b) *Centrifugadoras, utilizadas en laboratorios para separar componentes de una mezcla (como en la separación de sangre), giran a alta velocidad en un movimiento circular uniforme. La fuerza centrípeta generada ayuda a separar las sustancias según su densidad.*

Fuente:https://encrypted-tbn3.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcS6PRNFKXamfNF0FHMP8laGnLvoF0K2OA7aQf0SyI2zJDxt-ZXq

c) *Cámaras giratorias, en la tecnología de videovigilancia, las cámaras pueden estar montadas en soportes que giran en un movimiento circular uniforme para abarcar un área amplia.*

Fuente:https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQ0zbjEWzPxyRbY1tHv9cKNEwoT-mXqVgfhOWQbW_aexPoY9M94f

Dato curioso

Los satélites en órbita geoestacionaria, como los satélites de comunicaciones, son un ejemplo excelente de M.C.U. aplicado en la tecnología. Estos satélites giran alrededor de la Tierra a la misma velocidad angular que el planeta rota sobre su propio eje, lo que significa que siempre están sobre el mismo punto en el ecuador. Para lograr esto, necesitan estar a una altitud muy precisa, aproximadamente a 35 786 km sobre el nivel del mar. En esta órbita, la gravedad de la Tierra proporciona la fuerza centrípeta necesaria para mantener al satélite en M.C.U. Lo que permite una cobertura constante para servicios de telecomunicaciones, como TV satelital o internet.

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

a) Calculamos la velocidad angular de la rueda.

$$\omega = 13\,\frac{\text{rev}}{\text{s}} \times \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} = 81{,}7\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b) Para encontrar la distancia que recorre la rueda del automóvil primero debemos calcular la velocidad lineal. Entonces:

$$v = \omega r$$

$$v = 81{,}7\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}2\ \text{m}$$

$$v = 16{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La distancia lineal se calcula con la ecuación del M.R.U.

$$x = vt$$

$$x = 16{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 180\ \text{s}$$

$$x = 2934\ \text{m}$$

a) La velocidad angular es de 81,7 rad/s.
b) La distancia lineal que recorren las ruedas es de 2934 m.

7) La aguja del minutero del reloj de una catedral tiene una longitud de 52 cm. ¿Cuál es la velocidad lineal en cm/s?

Datos:

$\omega = ?$

$\theta = 2\pi = 1$ *vuelta*

$t = 60\ min = 3600\ s$

$r = 52\ cm$

Fuente: DALL·E 3.AI, (2024)

En primer lugar, calculamos la velocidad angular que tiene el minutero

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{3600\ \text{s}}$$

$$\omega = 0{,}0017\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Entonces la velocidad lineal es:

$$v = \omega r$$

$$v = 0{,}0017\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 52\ \text{cm}$$

$$v = 0{,}0884\ \text{cm/s}$$

La velocidad lineal del minutero del reloj de la catedral es 0,0884 cm/s.

VALORACIÓN

Llegó el momento de pensar:

En Bolivia tenemos juegos que caracterizaron la niñez de antaño, los cuales hoy en día han sido reemplazados. Investiguemos y expliquemos en qué consistían estos juegos de antaño y como actúa el movimiento circular uniforme en estos juegos.

Pata-Pata

Ula-Ula

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Cómo mediríamos la velocidad angular de estos movimientos?
- ¿Cuántas vueltas completas puede dar el ula-ula en 10 segundos?
- ¿Cuál sería el período de estos movimientos?
- ¿Cómo cambiaría el movimiento si el radio (distancia entre la cuerda del pata-pata y el eje de rotación) fuera mayor?

PRODUCCIÓN

Determinación del periodo y frecuencia en un movimiento circular uniforme

Materiales:

- Cuerda
- Una pelota pequeña de esponja o de juguete
- Cronometro
- Cinta métrica

N°	Radio	Tiempo	Velocidad angular	Periodo	Frecuencia
	r	t	ω	T	f
1					
2					
3					
4					
5					

Procedimiento:

- Utilizamos un pata-pata o una pelota de juguete atada a una cuerda y sujetada a nuestro pie.
- Con una cinta métrica, medimos la longitud de la cuerda para determinar el valor del radio.
- Intentamos completar 10 vueltas con el pata-pata mientras cronometramos el tiempo que tardamos en realizarlas.
- Calculamos la velocidad angular, el período y la frecuencia de las vueltas. Repetimos el procedimiento variando el número de vueltas y la longitud de la cuerda para observar cómo influyen en los resultados.

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO

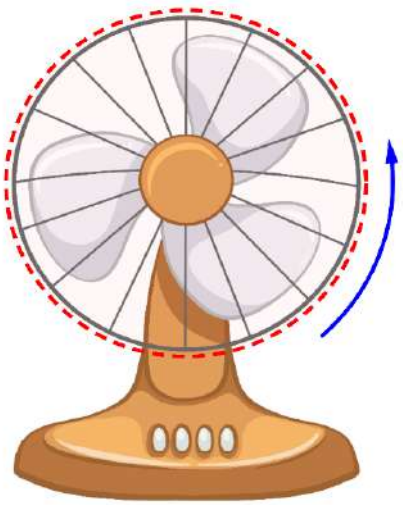
PRÁCTICA

Observemos el movimiento de un objeto que realiza un movimiento circular y que, con el tiempo, pierde velocidad debido a factores como la fricción, la resistencia del aire o la falta de energía. Este fenómeno es típico en situaciones donde el objeto experimenta una desaceleración, lo que provoca una aceleración angular negativa.

Algunos ejemplos comunes de este tipo de movimiento son:

- Cuando las ruedas de un automóvil o motocicleta desaceleran gradualmente al dejar de aplicar los frenos o reducir la velocidad.
- Cuando apagamos un ventilador y observamos cómo las aspas continúan girando por un breve período antes de detenerse por completo.
- La desaceleración de un trompo o peonza que, tras ser lanzado, pierde energía poco a poco hasta dejar de girar.

En todos estos casos, estamos observando ejemplos de Movimiento Circular Uniformemente Variado (M.C.U.V.), donde la velocidad angular disminuye de manera constante debido a la presencia de una aceleración angular negativa. Este tipo de análisis es útil para comprender cómo las fuerzas externas, como la fricción o la falta de energía, influyen en la desaceleración de objetos en movimiento circular.



Fuente:https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRHkSUJfkjcZJnHTvXJ39RSnxgixCa_gGAtnd_1XAz0YSdJ5lOd

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Qué ocurre con la velocidad angular de un objeto en movimiento circular cuando comienza a desacelerar?
- Si una rueda de bicicleta gira y comienza a desacelerar debido a la fricción, ¿cómo calcularías la aceleración angular? ¿Qué datos necesitarías?
- ¿Qué significa que un objeto tenga una aceleración angular positiva?
- ¿Cómo se diferenciaría el movimiento de un objeto con aceleración angular constante positiva de uno con aceleración angular negativa?

TEORÍA

Jules Henri Poincaré *(1854–1912) fue un físico, investigó el comportamiento de cuerpos en órbitas planetarias descubriendo que las órbitas de los planetas, aunque son circulares o elípticas, pueden ser muy complejas bajo la influencia de varias fuerzas. Poincaré mostró que las orbitas planetarias llevan comportamientos dinamico inesperados.*

Fuente: Leonardo.AI, (2024)

1. Movimiento Circular Uniforme Variado

Es un tipo de movimiento en el cual un objeto describe una trayectoria circular y experimenta una variación en su velocidad angular de manera constante a lo largo del tiempo. A diferencia del Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.), donde la velocidad angular es constante, en el M.C.U.V. La velocidad angular del objeto cambia, ya sea aumentando o disminuyendo. Este cambio en la velocidad angular se debe a la presencia de una aceleración angular constante. Dependiendo de si esta aceleración angular es positiva o negativa, el objeto:

a) Acelerará (si la aceleración angular es positiva), aumentando su velocidad angular.

b) Desacelerará (si la aceleración angular es negativa), disminuyendo su velocidad angular.

1.1. Caracteristicas del M.C.U.V.

a) El cambio de velocidad angular, se produce de manera uniforme, lo que significa que la aceleración angular α se mantiene constante a lo largo del tiempo. Esto implica que la velocidad angular ω varía de manera lineal.

b) El objeto sigue describiendo una trayectoria circular, manteniendo una distancia fija del centro de rotación (radio de la circunferencia).

c) Debido a la variación de la velocidad angular, el objeto experimenta una aceleración tangencial a_t que es responsable del cambio en la velocidad lineal del objeto.

3. Ecuaciones del Movimiento Circular Uniforme Acelerado

3.1. Velocidad angular final

Un objeto que experimenta un cambio en su velocidad angular debido a una aceleración angular constante α tiende a tener una velocidad angular final ω.

La velocidad angular final es crucial para comprender el movimiento de un objeto que está girando. Permite predecir la velocidad del objeto en un momento específico después de haber cambiado su velocidad debido a la aceleración.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

O también se puede expresar la velocidad angular final en función del desplazamiento angular.

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

Donde:

- ω es la velocidad angular final.
- ω_0 es la velocidad angular inicial.
- α es la aceleración angular.
- t es el tiempo en el que transcurre el movimiento.
- θ es el desplazamiento angular.

3.2. Desplazamiento angular

Es la medida del ángulo en radianes que un objeto ha recorrido alrededor de un punto de rotación en un intervalo de tiempo determinado. Este desplazamiento se mide desde una posición inicial hasta una posición final a lo largo de una trayectoria circular.

$$\theta = \frac{\omega + \omega_0}{2} t$$

También se puede utilizar la relación de la velocidad angular inicial y la aceleración angular.

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Donde:

- θ es el desplazamiento angular que recorre un objeto.
- ω es la velocidad angular final en el que el objeto termina de girar.
- ω_0 es la velocidad angular inicial donde comienza el movimiento.
- α es la aceleración angular.
- t es el tiempo en el que transcurre el movimiento.

3.3. Aceleración angular

Es la medida del ángulo en radianes que un objeto ha recorrido alrededor de un punto de rotación en un intervalo de tiempo determinado. Este desplazamiento se mide desde una posición inicial hasta una posición final a lo largo de una trayectoria circular.

Es una magnitud física que describe el cambio en la velocidad angular de un objeto que se mueve en una trayectoria circular, por unidad de tiempo. Con esta magnitud física se puede cuantificar cómo varía la velocidad angular a lo largo del tiempo. Su unidad de medida es radianes por segundo al cuadrado.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

Donde:

- α es la aceleración angular.
- $\Delta\omega$ es la variación de la velocidad angular ω y ω_0.
- Δt es el intervalo de tiempo en el que ocurre el cambio de la velocidad.

Dato curioso

En un ciclotrón, las partículas cargadas, como protones o iones, se aceleran siguiendo una trayectoria circular bajo la acción de un campo magnético constante y su velocidad angular se incrementa de manera uniforme, lo que constituye un ejemplo claro de Movimiento Circular Uniformemente Variado (MCUV). A medida que estas partículas ganan energía con cada paso por los electrodos, su velocidad aumenta, lo que a su vez provoca que el radio de la órbita se expanda progresivamente. El campo magnético proporciona la fuerza centrípeta que mantiene a las partículas en su trayectoria circular, mientras que el campo eléctrico varía su polaridad a intervalos precisos, acelerando las partículas cada vez que cruzan entre los electrodos, lo que incrementa su velocidad angular de forma constante. Este proceso es fundamental no solo para alcanzar velocidades extremadamente altas, sino también para generar las condiciones necesarias en aplicaciones tecnológicas avanzadas, como la producción de radioisótopos utilizados en tratamientos médicos.

Fuente: https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQf05HjhTNdKNlxc0Mk88FXgfiJx4F9oL1892XFm9Q8-mkQl30Y

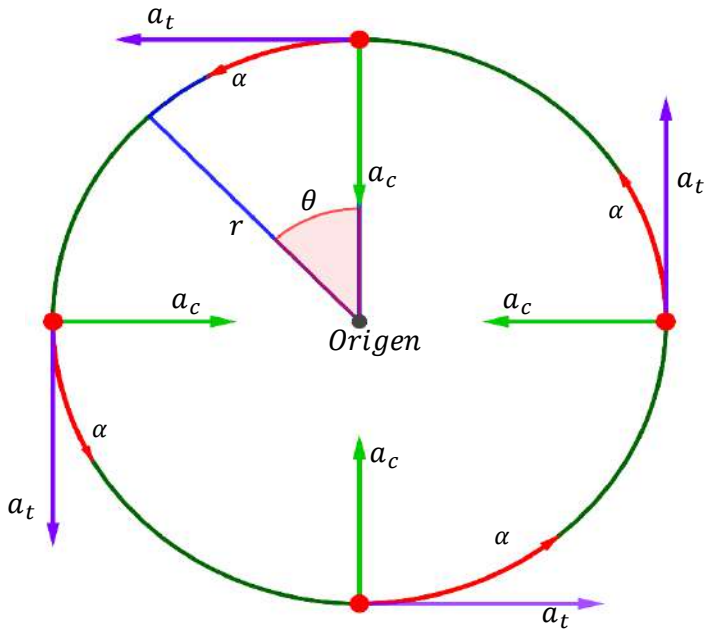
Dato curioso

En el diseño de estaciones espaciales, los simuladores de gravedad artificial suelen basarse en la rotación de una estructura en forma de rueda para crear una sensación de gravedad similar a la terrestre. Esto se logra aprovechando la fuerza centrífuga, que empuja a los ocupantes hacia el borde de la estación, simulando el peso que sentirían en la Tierra. Para hacer esto de manera efectiva, es necesario que la estación gire con una velocidad angular específica. Si esa velocidad angular aumenta de manera controlada y constante, es decir, si la estación experimenta aceleración angular, entramos en el terreno del Movimiento Circular Uniformemente Variado (M.C.U.V.). La estación se incrementa gradualmente, lo que aumenta la sensación de gravedad percibida por los ocupantes. A medida que la velocidad angular se estabiliza, la fuerza centrífuga alcanzará un valor constante, simulando una gravedad artificial estable en el borde de la estación. Además, la aplicación del MCUV en este contexto permitiría una adaptación más gradual a la gravedad simulada, proporcionando condiciones más seguras y cómodas para los tripulantes.

Fuente:https://nypost.com/wp-content/uploads/sites/2/2022/08/Craig-Curran-06.jpg

3.4. Aceleración tangencial

Es la componente de la aceleración que actúa en la dirección tangente a la trayectoria circular de un objeto. Esta aceleración es responsable del cambio en la velocidad lineal (o tangencial) del objeto mientras se mueve a lo largo de su trayectoria circular.



$$a_t = \alpha r$$

Donde:

- a_t es la aceleración tangencial que siente el objeto al realizar el movimiento circular.
- α es la aceleración angular del objeto.
- r es el radio de la trayectoria circular.

4. Unidades del MCUV

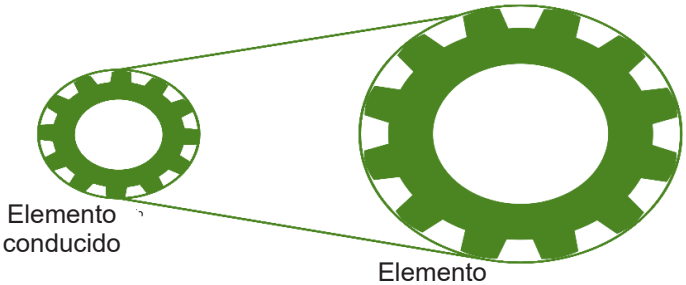
En el Movimiento Circular Uniformemente Variado (MCUV), las unidades que se utilizan son principalmente las siguientes:

Magnitud Física	Notación	Unidades en el S.I.
Velocidad angular final	ω	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
Velocidad angular inicial	ω_0	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
Aceleración centrípeta	a_c	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Aceleración angular	α	$\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$
Aceleración tangencial	a_t	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Desplazamiento angular	θ	rad

5. Transmisión del movimiento en el MCUV.

Es el conjunto de dispositivos que transfieren el movimiento de un objeto a otro, alterando su dirección y/o velocidad.

La transmisión del Movimiento Circular Uniformemente Variado (M.C.U.V.) en un sistema de poleas o engranajes se refiere a cómo el movimiento de un objeto influye en el de otro, manteniendo una relación tanto angular como tangencial entre ellos. Cuando dos o más poleas están unidas por una correa o cable, el elemento que genera el movimiento se denomina "conductor", y este movimiento se transfiere al otro elemento, conocido como "conducido". De este modo, las velocidades y aceleraciones angulares de ambos elementos quedan interrelacionadas.



5.1. Características de la transmisión del movimiento

a) Velocidad tangencial, si los elementos que pueden ser engranajes o conductores están conectados por una correa que no se estira, la velocidad tangencial de ambos elementos será el mismo. Por lo tanto, se tiene la siguiente igualdad:

$$v_1 = v_2$$

Donde:

- v_1 es la velocidad tangencial del elemento conductor.
- v_2 es la velocidad tangencial del elemento conducido.

b) Relación de la velocidad angular, debido a que la velocidad tangencial es igual para ambos elementos, se puede indicar que los radios de los elementos conductor y conducido pueden ser de distinto tamaño y están relacionados con sus velocidades angulares de cada elemento.

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

- ω_1 es la velocidad angular del elemento conductor.
- r_1 es el radio del elemento conductor.
- ω_2 es la velocidad angular del elemento conducido.
- r_2 es el radio del elemento conducido.

c) Aceleración angular, en un sistema donde ambas poleas experimentan un MCUV, sus aceleraciones angulares α también están relacionadas por la misma proporción de sus radios. Esto significa que, si una polea tiene un radio mayor, su velocidad y aceleración angular serán menores, pero su velocidad y aceleración tangencial serán iguales a las de la polea más pequeña. La relación de la aceleración angular con el radio es la siguiente:

$$\alpha_1 r_1 = \alpha_2 r_2$$

- α_1 es la velocidad angular del elemento conductor.
- r_1 es el radio del elemento conductor.
- α_2 es la velocidad angular del elemento conducido.
- r_2 es el radio del elemento conducido.

Dato curioso

Los trenes de levitación magnética (maglev) son un ejemplo destacado de cómo el Movimiento Circular Uniformemente Variado (M.C.U.V.) se aplica en la tecnología de transporte moderno. Utilizando potentes imanes, estos trenes levitan sobre las vías, eliminando el contacto físico y, por lo tanto, la fricción, lo que les permite alcanzar velocidades impresionantes, a menudo superiores a los 500 km/h. Durante su fase de aceleración, los trenes maglev incrementan de manera controlada la fuerza magnética, lo que resulta en una aceleración angular constante que sigue los principios del MCUV. Este método de aceleración proporciona un viaje extremadamente suave, ya que los pasajeros apenas sienten el incremento de velocidad en comparación con los trenes convencionales. Además, la velocidad angular controlada permite optimizar las trayectorias y tiempos de viaje, asegurando maniobras eficientes en las curvas y garantizando la comodidad y seguridad de los pasajeros. Así, los trenes maglev no solo ilustran la aplicación de principios físicos en la vida cotidiana, sino que también representan un avance hacia un futuro de transporte más rápido y sostenible.

Fuente:https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRtNK-8HZqiaKtxs_TARV6sbUKk1TYioB4r5uc-MhaSXNCktu6DU

Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *El lector del DVD gira a* 15 r.p.s, *se apaga por un corte eléctrico y se apaga 3 segundos. ¿Cuántas revoluciones realizó hasta ese momento?*
2. *Un móvil recorre una circunferencia de* 100 m *de diámetro cada* 15 *segundos comienza a disminuir su velocidad. ¿Calculemos la aceleración angula y la aceleración tangencial?*
3. *¿Cuál es la aceleración tangencial de un móvil que gira con MCUV, partiendo del reposo después de 7 segundos alcanza una velocidad de* 0,8 m/s. *Si el radio de trayectoria es de* 0,3 m *?*
4. *Las ruedas de una bicicleta giran durante 25 minutos tiempo en el que Abel llega a la escuela. ¿Cuántas vueltas dio la rueda de la bicicleta en el trayecto de su casa a la escuela?*
5. *Calculemos la aceleración angular que tiene un móvil que se mueve con un MCUV de una vuelta, con un radio de* 3 m *aumentando su velocidad de* 40 km/s *a* 90 km/s *en* 20 *segundos.*
6. *Un ventilador en época de verano gira a 35 r.p.s y se detiene a los 7 segundos de haberse puesto en marcha. ¿Cuántas revoluciones realizo hasta que se detuvo?*
7. *Una rueda tiene una aceleración angular constante de* 3 rad/s^2. *Si comienza desde el reposo, ¿cuántas vueltas completas ha dado después de* 10 *segundos?*

Ejemplos:

1) Un micro que está trabajando en la ciudad de Sucre recoge a varios pasajeros que están ubicados en una parada. Después de 5 min recorriendo una distancia ¿Cuál es la velocidad angular final que tienen las llantas de este vehículo si alcanzaron una α=8 rad/s^2?

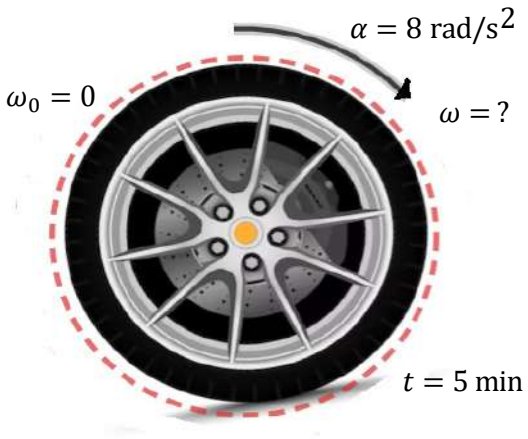
Datos:

t = 5 min

α = 8 rad/s^2

ω_0 = 0

ω = ?



Tomamos en cuenta que al partir del reposo el automóvil la velocidad angular inicial es *0,* $\omega_0 = 0$.

Por lo tanto, para determinar la velocidad angular final de las ruedas, utilizamos la siguiente ecuación:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega = 0 + 8 \text{ rad/s}^2 \cdot 300 \text{ s}$$

$$\omega = 2400 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La velocidad angular final que alcanzan las ruedas del automóvil es de 2400 rad/s.

2) La turbina de 4 m de diámetro alcanza una velocidad de 300 rpm, después de 20 segundos de haberse puesto en funcionamiento. Calculamos la aceleración angular y la aceleración tangencial.

Datos:

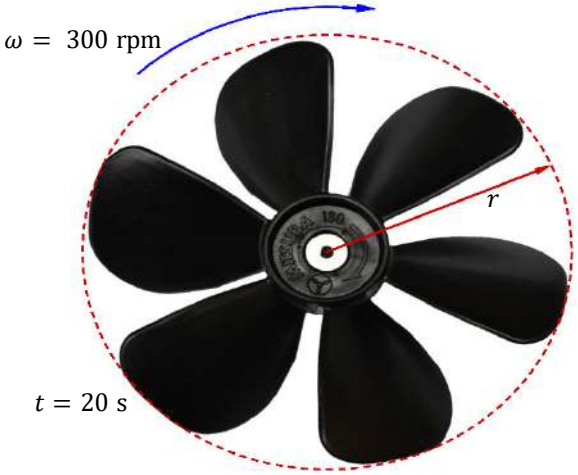
d = 4 m

t = 20 s

α = ?

ω_0 = 0

ω = 300 rpm



Realizamos la siguiente conversión:

$$\omega = 300 \text{ rpm} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 31{,}41 \text{ rad/s}$$

Calculamos la aceleración angular.

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{31{,}41\ \text{rad/s} - 0}{20\ \text{s}}$$

$$\alpha = 1{,}6\ \text{rad/s}^2$$

La aceleración tangencial se calcula a partir de la aceleración angular.

$$a_t = \alpha r$$

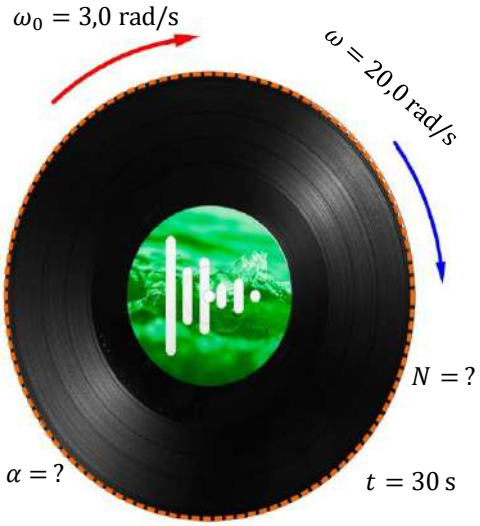
$$a_t = 1{,}6\ \text{rad/s}^2 \cdot 2\ \text{m}$$

$$a_t = 3{,}2\ \text{m/s}^2$$

La aceleración angular es $1{,}6\ \text{rad/s}^2$ y la aceleración tangencial es $3{,}2\ \text{m/s}^2$

3) En un anticuario hay un toca discos reproducción un disco de vinilo de música clásica, al finalizar de reproducir el disco, reduce su velocidad angular de 20,0 rad/s a 3,0 rad/s uniformemente en 30 s. Calculemos la aceleración angular y el número de vueltas que realizo el vinilo durante este tiempo.

Fuente:https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRskw13QZujvPzBXphqz_cy9N-vB05eWKGfYEEhTHG_JpGWRidUO



Datos:

$\omega_0 = 20{,}0\ \text{rad/s}$

$\omega = 3{,}0\ \text{rad/s}$

$t = 30\ \text{s}$

$\alpha = ?$

$N = ?$

La aceleración angular se calcula utilizando la ecuación de la velocidad angular final.

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{3\ \text{rad/s} - 20\ \text{rad/s}}{30\ \text{s}}$$

$$\alpha = -0{,}56\ \text{rad/s}^2$$

Calculamos el desplazamiento angular.

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = (20\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}) \cdot (30\ \text{s}) + \frac{1}{2} \cdot (-0{,}56\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}) \cdot (30\ \text{s})^2$$

$$\theta = 348\ \text{rad}$$

El número de vueltas se calcula con la siguiente relación:

$$N = \frac{\theta}{2\pi\ \text{rad}}$$

$$N = \frac{348\ \text{rad}}{2\pi\ \text{rad}}$$

$$N = 55{,}4\ vueltas$$

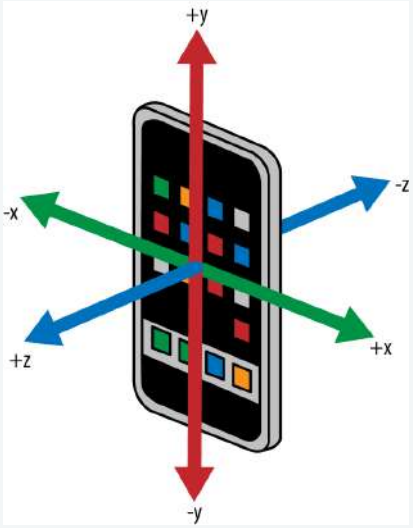
Actividad

Resolvemos los siguientes ejercicios propuestos:

1. *¿Qué fuerzas actúan sobre un objeto que se mueve en un (M.C.U.V.) y cómo afectan su movimiento?*
2. *¿Qué sucede cuando un objeto en (M.C.U.V.) experimenta una aceleración angular negativa?*
3. *Cómo se define la aceleración angular en el (M.C.U.V.) y cuál es su relación con el cambio de la velocidad angular.*
4. *¿Qué relación existe entre el radio de la trayectoria circular y la aceleración centrípeta del objeto en movimiento?*
5. *¿Cómo se puede calcular la aceleración angular de un objeto si se conoce su velocidad angular inicial, la velocidad angular final y el tiempo transcurrido?*
6. *¿Cómo se relacionan la aceleración angular y la aceleración tangencial en el (M.C.U.V.)?*
7. *Explique la diferencia entre aceleración angular y aceleración centrípeta. ¿Por qué son necesarias ambas en el análisis del (M.C.U.V.)?*
8. *¿Cómo se comporta la velocidad angular de un objeto en (M.C.U.V.) si la aceleración angular cambia de positiva a negativa?*
9. *¿Qué diferencias encuentras entre las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.) y el (M.C.U.V.)?*
10. *¿Cómo se puede determinar el ángulo total recorrido por un objeto en (M.C.U.V.) si solo conocemos su aceleración angular y el tiempo transcurrido?*

Dato curioso

*Los **giroscopios** en los teléfonos móviles son dispositivos cruciales que permiten detectar la orientación y el movimiento del dispositivo, utilizando principios relacionados con el **Movimiento Circular Uniformemente Variado** (M.C.U.V.). Estos giroscopios miden la velocidad angular en tres ejes, registrando cómo se rota el teléfono. Cuando un usuario gira el dispositivo, el giroscopio detecta cambios en la velocidad angular y calcula la nueva orientación, permitiendo que la pantalla se ajuste automáticamente, por ejemplo, al pasar de la visualización vertical a la horizontal. Esto es fundamental para experiencias interactivas, como juegos que utilizan la inclinación del teléfono como control y aplicaciones de realidad aumentada (AR), donde un seguimiento preciso del movimiento es esencial. Así, los giroscopios no solo mejoran la funcionalidad básica del smartphone, sino que también ilustran la aplicación de los principios del (M.C.U.V.) en la tecnología moderna.*



Fuente:https://www.oreilly.com/api/v2/epubs/9781449363499/files/images/biip_0106.png

4) Un constructor está utilizando una broca de un taladro que gira a 745 rpm para realizar una perforación. Calculemos ¿cuál es la aceleración angular si después de 14 s aumenta su velocidad a 1360 rpm y cuál es su desplazamiento en este tiempo?

Datos:

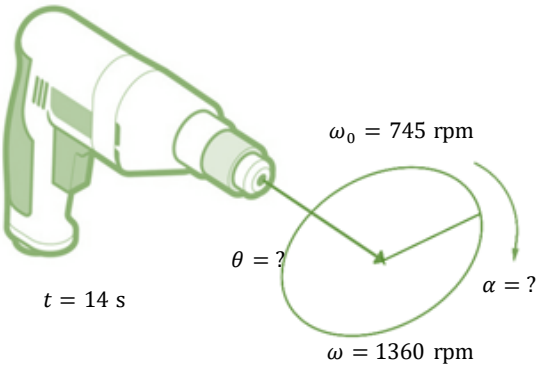
$\omega_0 = 745$ rpm

$\omega = 1360$ rpm

$t = 14$ s

$\alpha = ?$

$\theta = ?$



Primero realizamos la conversión de las velocidades angulares a unidades de rad/s.

$$\omega_0 = 745 \text{ rpm} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 78{,}0 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 1360 \text{ rpm} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 142{,}4 \text{ rad/s}$$

Con estos valores ahora podemos calcular la aceleración angular de la broca del taladro.

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{142{,}4 \text{ rad/s} - 78{,}0 \text{ rad/s}}{14 \text{ s}}$$

$$\alpha = 4{,}6 \text{ rad/s}^2$$

Ahora, con este valor que encontramos podemos hallar el valor del desplazamiento angular.

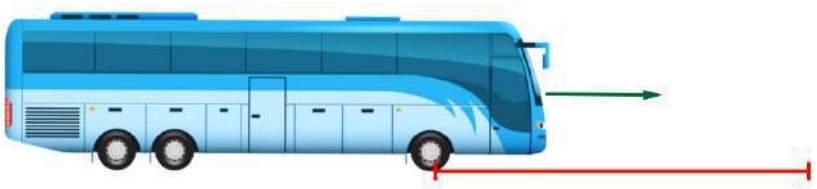
$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = (78{,}0 \text{ rad/s}) \cdot (14 \text{ s}) + \frac{1}{2} \cdot (4{,}6 \text{ rad/s}^2) \cdot (14 \text{ s})^2$$

$$\theta = 1542{,}8 \text{ rad}$$

La aceleración angular de la broca del taladro es de 4,6 rad/s² y el desplazamiento angular es de 1542,8 rad.

5) El motor de una flota que viaja de la ciudad de Santa Cruz a Tarija incrementó su velocidad angular de 62,0 rad/s a 185,0 rad/s en 4,0 s. Calculemos la magnitud de su aceleración media y el desplazamiento angular del motor en ese tiempo.



Datos:

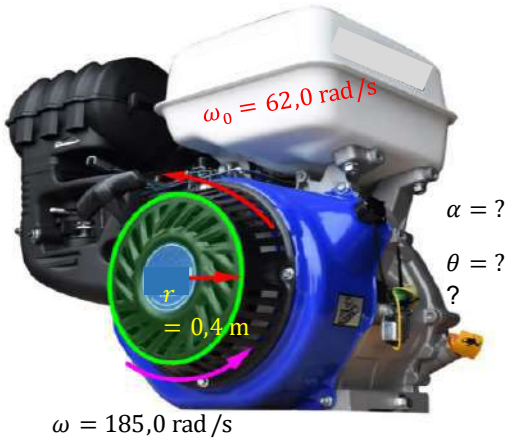
$\omega_0 = 62{,}0$ rad/s

$\omega = 185{,}0$ rad/s

$t = 4{,}0$ s

$\alpha = ?$

$\theta = ?$



Calculamos la aceleración angular del motor.

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{185{,}0 \text{ rad/s} - 62{,}0 \text{ rad/s}}{4{,}0 \text{ s}}$$

$$\alpha = 38{,}8 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

El desplazamiento angular del motor de la flota es:

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = (62{,}0 \text{ rad/s}) \cdot (4 \text{ s}) + \frac{1}{2} \cdot (38{,}8 \text{ rad/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2$$

$$\theta = 438{,}4 \text{ rad}$$

La aceleración angular es $38{,}8 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ y el desplazamiento angular es 438,4 rad.

6) Cuando la velocidad angular de una polea de 0,8 m de diámetro es 2 rad/s, la aceleración total de un punto en su borde es de 11 m/s^2. Hallemos la aceleración angular de la polea.

Datos:

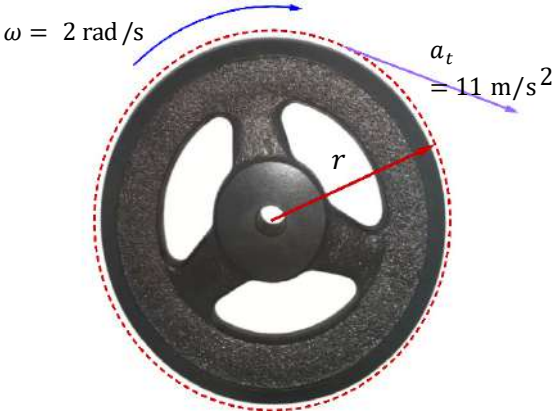
$d = 0{,}8$ m

$a_T = 11$ m/s^2

$\omega_0 = 0$

$\omega = 2$ rad/s

$\alpha = ?$



En primer lugar, calculamos la aceleración centrípeta.

$$a_c = \omega^2 r$$

$$a_c = (2 \text{ rad/s})^2 \cdot (0{,}4 \text{ m})$$

$$a_c = 1{,}6 \text{ m/s}^2$$

Aplicación del M.C.U.V. en la vida cotidiana

a) *Discos duros*

Fuente:https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSNd7WSEhXy9QMpVhf340DxTYi9g89Ua5zyYCMGHm-uPszJivEv

b) *Rotores de helicópteros*

Fuente:https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSTYxKOJb70FXP_Yffoq4lum4E-iQ7LqLOY8eNcqviMzI7eM3pi

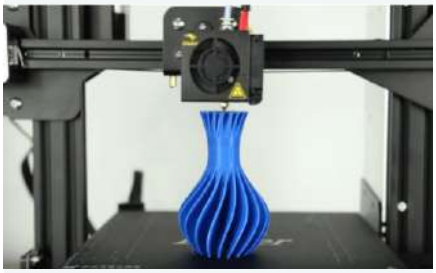
Fuente:Leonardo.AI, (2024)

Aplicación del (M.C.U.V.) en la vida cotidiana

a) ***Drones y vehículos aéreos no tripulados,*** *utilizan motores que aceleran o desaceleran de manera uniforme las hélices para ajustar su velocidad angular y, en consecuencia, su altitud y dirección.*

Fuente:https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRxozQFDjBxhCpB20see7aEDRSt-fkJVKf6eyNZD5DHKo_J_g6N4

b) ***Impresoras 3D,*** *los componentes que giran, como algunos cabezales de impresión o plataformas de rotación, pueden operar bajo un (M.C.U.V.) para garantizar que las piezas se impriman con precisión y en sincronización.*



Fuente:https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTIF2xoGnDhhhRHPC__eelglhant-FEbeL_pN9XKHOibvK1nsOUv

c) ***Sistemas de generación de energía,*** *las turbinas eólicas modernas y los generadores en plantas de energía hidroeléctrica y nuclear ajustan la velocidad angular de sus rotores para maximizar la producción de energía.*

Fuente:https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQIYHIiPcQYVwGJrh5srigTJ6YBIL-fBEdKMB7-dfnAHRna4hoJf

Para encontrar el valor de la aceleración angular debemos usar la ecuación de la aceleración total que es la relación de la aceleración tangencial y la aceleración centrípeta.

$$a_T = \sqrt{{a_c}^2 + {a_t}^2}$$

Reemplazamos datos y también usamos la ecuación de la aceleración tangencial.

$$11\ \text{m/s}^2 = \sqrt{(1{,}6\ \text{m/s}^2)^2 + (\alpha r)^2}$$

$$\left(11\ \text{m/s}^2\right)^2 = (1{,}6\ \text{m/s}^2)^2 + (\alpha r)^2$$

$$(\alpha \cdot (0{,}4\ \text{m}))^2 = (121 - 2{,}56)\ \text{m}^2/\text{s}^4$$

$$\alpha \cdot (0{,}4\ \text{m}) = \sqrt{118{,}44\ \text{m}^2/\text{s}^4}$$

$$\alpha = \frac{10{,}88\ \text{m/s}^2}{0{,}4\ \text{m}}$$

$$\alpha = 27{,}2\ \text{rad/s}^2$$

La aceleración angular de la polea es 27,2 rad/s^2.

7) Dos engranajes A y B están acoplados. El engranaje A tiene un radio de 16 cm, mientras que el engranaje B tiene un radio de 8 cm. En un instante inicial, el engranaje A gira con una velocidad angular de 10 rad/s, pero sufre una desaceleración constante de 2 rad/s^2. Calculemos la velocidad y la aceleración angular del engranaje B.

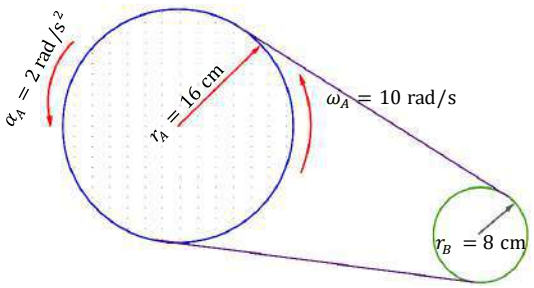
Datos:

$r_A = 16\ \text{cm}$

$r_B = 8\ \text{cm}$

$\omega_A = 10\ \text{rad/s}$

$\alpha_A = 2\ \text{rad/s}^2$



La relación de transmisión entre dos engranajes depende de sus radios. Recordemos que las velocidades angulares están relacionadas por la siguiente ecuación:

$$\omega_A r_A = \omega_B r_B$$

$$\omega_B = \frac{\omega_A r_A}{r_B}$$

$$\omega_B = \frac{10\ \text{rad/s} \cdot 16\ \text{cm}}{8\ \text{cm}}$$

$$\omega_B = 20\ \text{rad/s}$$

La aceleración angular del engranaje B, se calcula de la misma manera.

$$\alpha_A r_A = \alpha_B r_B$$

$$\alpha_B = \frac{2\ \text{rad/s}^2 \cdot 16\ \text{cm}}{8\ \text{cm}}$$

$$\alpha_B = 4\ \text{rad/s}^2$$

La velocidad angular de B es 20 rad/s y la aceleración angular es 4 rad/s^2.

VALORACIÓN

El movimiento circular uniforme está presente en varias situaciones que están en nuestra vida cotidiana y en nuestro entorno. Entender este fenómeno nos permite comprender y apreciar como la física describe de manera precisa muchos fenómenos a nuestro alrededor.

a) **Transporte,** el movimiento circular variado está presente en el movimiento de las ruedas de todos los vehículos. Si podemos entender la física de esta aplicación, podemos realizar los diseños de mejores sistemas de frenos y seguros.

b) **Electrodomésticos,** varios de los electrodomésticos que tenemos en nuestra casa utilizan el (M.C.U.V.). Como ventiladores, las cuchillas de las batidoras, las lavadoras al momento de centrifugar. Estos dispositivos, al acelerar o desacelerar sus partes móviles, siguen principios de (M.C.U.V.). Entender cómo varía la velocidad angular en estos casos puede ser útil tanto en la comprensión de su funcionamiento como en la mejora de su eficiencia y durabilidad.

c) **Astronomía y sistemas planetarios,** el (M.C.U.V.) tiene aplicaciones a escalas mucho mayores, como en la astronomía. Los cuerpos celestes, como los planetas y satélites, a veces presentan aceleraciones angulares en sus órbitas debido a la influencia gravitacional de otros cuerpos.

Fuente:https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTdZin9iSEbj-koYoPeN3lHhWql2ACqIVKdU4y-QX_u8HvDvKNPW

Fuente:Leonardo.AI, (2024)

Actividad

Respondemos las siguientes preguntas:

- ¿Por qué nos balanceamos cuando el auto agarra una curva cerrada en carretera?
- ¿Por qué la ropa sale casi seca de la lavadora cuando usamos la función de centrifugar?
- ¿Qué tipo de movimiento realizan las manecillas del reloj?
- ¿Las cuchillas de la licuadora realiza M.C.U.V. o M.C.U.?

PRODUCCIÓN

Coche de juguete en rampa circular

Materiales:

- Un auto de juguete.
- Un tubo de plástico flexible o una pista circular (puede ser una manguera o un tubo largo que puedas curvar en forma de círculo).
- Un objeto pesado pequeño.
- Cronómetro.
- Cinta métrica o regla.
- Cinta adhesiva.

Fuente: DALL·E 3.AI, (2024)

Procedimiento:

- Usamos un tubo flexible y formamos un círculo. Podemos sujetarlo a una mesa con cinta adhesiva para mantener la forma circular. Debemos de comprobar que el diámetro de la pista permita que el auto de juguete pueda moverse fácilmente por ella.
- Colocamos el coche de juguete al principio de la rampa circular. Si queremos añadir aceleración, podemos inclinar ligeramente la pista para que el coche gane velocidad conforme baja.
- Utilizamos la cinta métrica para medir el radio de la pista circular, que será la distancia desde el centro del círculo hasta el borde donde se mueve el auto.
- Soltamos el auto de juguete desde la parte alta de la rampa y dejamos que complete varias vueltas alrededor del círculo. La inclinación de la pista hará que el coche acelere de forma constante.
- Utilizamos un cronómetro para medir el tiempo que tarda el coche en dar varias vueltas completas. Repetimos el experimento varias veces para obtener un promedio.
- Podemos variar la inclinación de la pista para observar cómo afecta la aceleración angular del coche, haciendo que el movimiento sea un MCUV más pronunciado.

BIBLIOGRAFÍA

ÁREA: FÍSICA

Alonso, M., & Finn, E. J. (1986). *Física. Addison-Wesley* Iberoamericana.

Álvarez A., & Huayta, E. (2011). *Física Mecánica* (5ª ed.). Universidad Mayor de San Andrés.

Beiser, A. (1987). *Física Aplicada.* McGraw-Hill.

Bueche, F. J. (2000). *Física General* (10ª ed.t). McGraw-Hill.

Burbano, S., Burbano, E., & Gracia, C. (2002). *Problemas de Física*. Tébar.

Burbano de Ercilla, S., Burbano, E., & Gracia, C. (2002). *Física General.* McGraw-Hill.

Eisberg, R. M., & Lerner, L. S. (1983). Física: *Fundamentos y Aplicaciones* (Vols. I y II). McGraw-Hill.

Giancoli, D. C. (2002). Física: *Principios con aplicaciones* (2 Tomos). Addison-Wesley.

Hernández Álvaro, & Tovar Pescador. (2006). *Fundamentos de Física: Mecánica.* Universidad de Jaén.

Ministerio de Educación. (2024). *Texto de aprendizaje. 4to año de escolaridad. Educación Secundaria Comunitaria Productiva*. Subsistema de Educación Regular.

Orellana, M. (2017). *Física Aplicada* (2ª ed.). Imprenta Stigma.

Pujro V., Samuel. (2012). *Texto de Física Mecánica* (1ª ed.). Universidad Mayor de San Andrés.

Sears, F. W., Zemansky, M. W., & Young, H. D. (2008). *Física Universitaria* (Vol. 1, 12ª ed.). Addison-Wesley Iberoamericana.

Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2008). *Física para ciencias e ingeniería* (Vol. 2, 7ª ed.). Editorial Latinoamericana.

Tipler, P. A. (2000). *Física* (Vols. I y II). Reverté.

Equipo de redactores del texto de aprendizaje del **4TO AÑO DE ESCOLARIDAD** de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

PRIMER TRIMESTRE

Lengua Castellana
Lidia Nina Cruz

Matemática
Juan Pablo Loza Choque

Biología - Geografía
Melizza Fuentes Vera

Ciencias Sociales
Ildefonso Fernández Huanca

SEGUNDO TRIMESTRE

Lengua Castellana
Verónica Graciela Mollo Condori

Matemática
Edwin Noel Escalante Loayza

Biología - Geografía
Melizza Fuentes Vera

Ciencias Sociales
Ildefonso Fernández Huanca

TERCER TRIMESTRE

Lengua Castellana
Lilian Paulina Peñas Aldana

Matemática
Edwin Noel Escalante Loayza

Biología - Geografía
Melizza Fuentes Vera

Ciencias Sociales
Ildefonso Fernández Huanca

minedu.gob.bo @minedubol minedu_bol